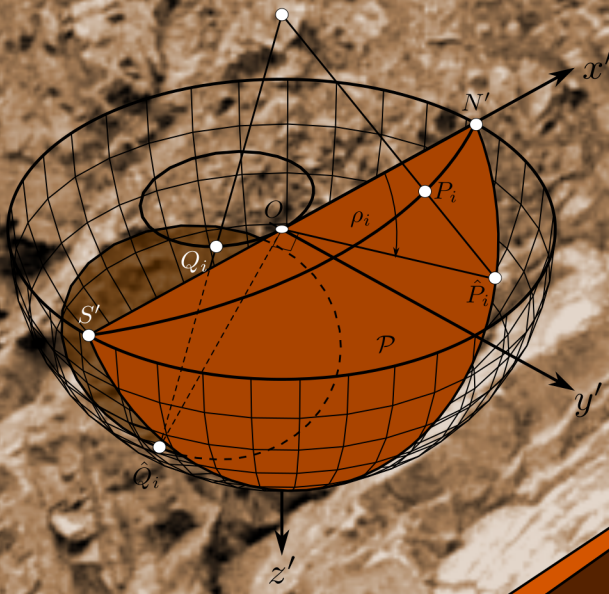
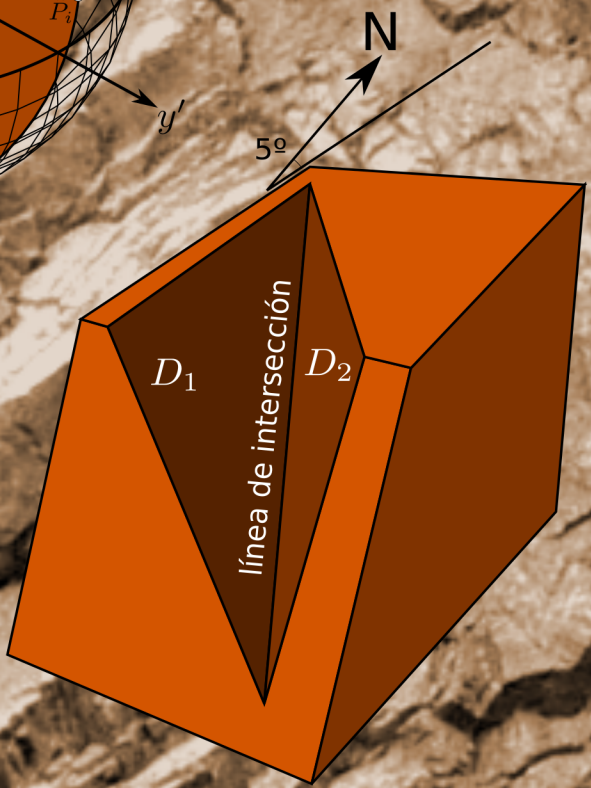
MECÁNICA DE ROCAS

aplicada a la ingeniería civil

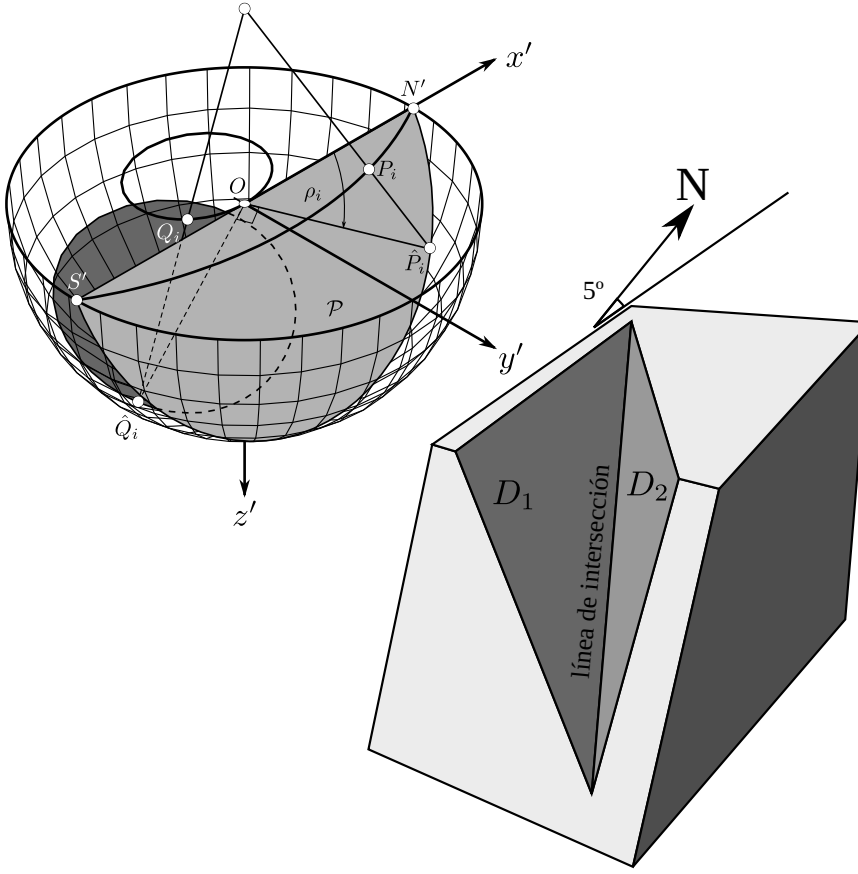




Ludger O. Suarez-Burgoa

Mecánica de Rocas

Ludger O. Suarez–Burgoa



Mecánica de Rocas

aplicada a la ingeniería civil

Ludger O. Suarez–Burgoa

Texto base para las asignaturas de Mecánica de Rocas y Geotecnia de Macizos Rocosos de la Facultad de Minas, Universidad Nacional de Colombia, Medellín.

Medellín, 2023

Autoeditado por el autor.
Copyright © 2023, Ludger O. Suarez–Burgoa & Universidad Nacional de Colombia.
Este trabajo está amparado bajo licencia Creative Commons Attribution-NonCommercial 2.5 License.
ISBN 978-628-01-0833-9
TNCC: Mecánica de suelos y rocas — ingeniería geotécnica

Diseño de la cubierta: Ludger O. Suarez–Burgoa.
Impreso y hecho en Medellín, Colombia por:
Inteligencia Creativa Impresores:
Calle 53 No. 53–74, Teléfono 304 337 24 48
inteligenciacreativaimpresores@hotmail.com

Dedicatoria

… a Ana Sofía.

Agradecimientos

Agradezco a la Universidad Nacional de Colombia por brindarme el tiempo necesario para concluir esta obra.

Medellín, noviembre de 2023
Ludger O. Suarez–Burgoa

Contenido

Introducción
- Mecánica de rocas
- Ingeniería de rocas
- La tumba de Ramses II

Material rocoso
- Clasificacion genética
- Clasificación considerando la escala
- Propiedades
- Aptitud para la construcción
- Minerales formadores de roca
- Clasificación mecánica
- Efecto de escala del material rocoso
- Ensayos de carga puntual simple
- Ensayos de resistencia a compresión uniaxial
- Ensayo de resistencia a compresión triaxial axisimétrico
- Ensayo de resistencia a tracción simple

Discontinuidades
- Definición
- Nombres relativos
- Formación genética
- Propiedades geométricas
- Rugosidad

Macizo rocoso
- Continuidad
- Índice de calidad de la roca
- Calificación por el sistema RMR
- Meteorización mecánica
- Meteorización química
- Meteorización biótica
- Lodolitas desleibles y expansibles
- Susceptibilidad a la meteorización

Estado de esfuerzos
- Estado de esfuerzos en una superficie
- Estado de esfuerzos en un punto, $\mathbb{R}^2$
- Representación gráfica con el círculo de Mohr
- Acerca del polo del círculo de Mohr
- Esfuerzos en un espacio semiinfinito
- Estado de esfuerzos en un punto, $\mathbb{R}^3$
- Estado de esfuerzos en el espacio Haigh–Westergaard
- Esfuerzos y orientaciones principales
- Estado de esfuerzos principales horizontales
- Esfuerzo en un plano inclinado en $\mathbb{R}^3$

Resistencia mecánica
- Envolvente de rotura de Bieniawski
- Envolventes de límite máximo del material rocoso
- Criterio de rotura de Hoek–Brown, material rocoso

Criterio de rotura de Hoek–Brown, macizo rocoso
Criterio de rotura Patton–Goldstein
Criterio de rotura de Barton–Choubey–Bandis

Ángulos y proyecciones esféricas del plano
El plano como par de ángulos esféricos
Proyección estereográfica (esférica equiangular)
Proyección esférica equiareal
Transformaciones de medidas de orientaciones
Diagrama de concentraciones de discontinuidades

Aplicaciones a la ingeniería civil
Rotura plana en corte de talud inclinado
Rotura de cuña en corte de talud inclinado
Rotura por volteo y flexión
Capacidad portante última en macizos rocosos
Cavidades circulares en material elástico

Apéndices
Sistema de unidades UCS a SI
Sistema coordenado NED
Medida de orientación de elementos geológicos

Referencias

Capítulo 1
Introducción

1.1 Mecánica de rocas

La mecánica de rocas, podría a hoy llamarse más formalmente *mecánica de macizos rocosos*, es la técnica y disciplina teórica y aplicada que tiene el objetivo de estudiar el macizo rocoso desde el punto de vista mecánico. Tiene el fin de comprender el comportamiento y reacción mecánica de la roca, ante la aplicación o modificación de diversas fuerzas y esfuerzos generados por las actividades del hombre; por ejemplo, obras civiles y militares, actividades ambientales, energéticas, mineras y petroleras. Los distintos ámbitos de aplicación de la mecánica de macizos rocosos se puede agrupar en aquellos donde el macizo rocoso constituye lo siguiente:

- la estructura (*e.g.* excavación de túneles, galerías o taludes);
- el soporte de otras estructuras (*e.g.* cimentaciones de edificios o presas);
- la materia prima para la construcción (*e.g.* escolleras, pedraplenes o rellenos).

La mecánica de macizos rocosos guarda una estrecha relación con otras disciplinas como: la geología estructural, para conocer los procesos y estructuras tectónicas que afectan al macizo rocoso; la tectónica, para conocer el estado de esfuerzos en el macizo rocoso y la dinámica de éstos; la mecánica de suelos, para abordar el estudio de rocas alteradas y meteorizadas en la superficie. La ingeniería geológica engloba tanto el estudio de la mecánica de macizos rocosos como la de suelos para aplicar en las ingenierías relacionadas (*i.e.* ingenierías civil, minera, ambiental y petrolera). La *geotecnia* es un término que engloba la *mecánica de suelos* y la *mecánica de rocas* dentro del léxico de la ingeniería civil.

En la mayoría de los casos, el macizo rocoso aparece afectado por discontinuidades o superficies de debilidad que separan bloques de material rocoso y/o roca intacta (Figura 1.1). La presencia de las discontinuidades en el macizo rocoso conllevó a individualizar esta disciplina respecto a la gelogía y mecánica de suelos; por ejemplo.

Figura 1.1. Macizo rocoso de la Cantera Santa Rita, Medellín – Colombia (Tomado de la Figura 1.2 de Suarez–Burgoa, 2014)

En la mecánica de rocas, el proceso de diseño es diferente al aprendido en la mecánica básica de los sólidos, debido a que la condición de carga no es calculable fácil ni en forma exacta. Por ejemplo, las actividades de cortar un talud o excavar una cavidad no imponen una carga como tal, sino altera y redistribuye el campo de esfuerzos existente en el macizo rocoso. Esto obliga a comprender cómo el campo de esfuerzos se altera por las actividades de la ingeniería y cómo el macizo rocoso responderá al cambio de las condiciones de frontera, donde en adición el material no es escogido por el calculista, sino impuesto por la naturaleza.

En el caso de la ingeniería civil, el desarrollo del conocimiento científico y práctico de la mecánica de rocas es en la actualidad una necesidad, ya que tiene el objeto de construir a la vez obras económicas y seguras. Para el caso de obras con fuerte influencia de eficiencia productiva (*e.g.* excavaciones subterráneas), se tiene que definir hasta qué proporción uno tiene que invertir en tiempo y dinero para entender los comportamientos mecánico e hidráulico del macizo rocoso ¿de qué modo y hasta qué punto uno tiene que demostrar que la obra es la más económica y segura? —De este modo, el ingeniero dedicado a la mecánica de rocas debe también aplicar esta disciplina para minimizar el riesgo geológico durante las fases de investigación, construcción y operación.

También, la práctica de la ingeniería civil especializada en la mecánica de rocas podría auxiliar a las actividades mineras (*e.g.* minas a tajo abierto y minas subterráneas) y en las actividades petroleras durante los trabajos de perforación de pozos de exploración y producción. En este sentido, es necesario diferenciar el objetivo de la aplicación de la mecánica de rocas. Mientras que en la ingeniería civil las obras tienen el principal objetivo de conseguir la estabilidad del macizo rocoso a corto y largo plazo, en la ingeniería de minas la estabilidad es temporal y puede admitir el colapso posterior del macizo rocoso una vez que se haya alcanzado la explotación del mineral. Asimismo, en la ingeniería

petrolera, la estabilidad es necesaria durante todo el proceso de explotación de un pozo profundo. Estas diferencias pueden cambiar en gran forma la manera cómo encarar un problema sobre o dentro del macizo rocoso.

1.2 La ingeniería de rocas

Se pone como primera manifestación del sumergimiento de la Ingeniería de Rocas en el Mundo Occidental: las investigaciones entre 1920 y 1940 del profesor austriaco Josef Stini (Figura 1.2) y la cátedra del curso *Geología Técnica* en Viena y en la *Escuela Superior Forestal* en *Bruck an der Mur* (Austria); Stini, (1922).

Se considera a J. Stini como el **padre de la mecánica de rocas** en el mundo occidental. Stini proporcionó un fundamento conceptual que diferenciaba el macizo rocoso respecto a otros materiales luego de describir el comportamiento mecánico del macizo rocoso según el concepto de *cuerpo con discontinuidades* (*Kluftkorper* del idioma Alemán). Esto conllevó a sugerir medidas estadísticas para la caracterización de las mismas. Asimismo, en 1929 se publica en Viena el primer volumen de la revista *Geología e Ingeniería Civil (traducido por John, 1964): revista para el mantenimiento de las interrelaciones entre geología, ciencias de las rocas, ciencias del suelo, etc. y todas las ramas de la ingeniería civil.* (*Geologie und Bauwesen. Zeitschrift für die Pflege der Wechselbeziehungen zwischen Geologie, Gesteinkunde, Bodenkunde usw. und sämtlichen Zweigen des Bauwesens.*) editado por el mismo J. Stini.

Figura 1.2. Josef Stini (*1880, †1957) es el padre de la mecánica de rocas del mundo occidental. Publicó desde 1920 más de cien artículos y algunas decenas de libros relacionados al tema. (Tomado de Hausler, 1959)

Las enseñanzas de Stini fueron adelantadas por Leopold Müller (nacido también en Austria y alumno de Stini), ingeniero civil de la Universidad Técnica de Viena. El contacto que tuvo Müller en sus años de estudiante con Karl von Terzaghi (nacido en Austria en los territorios que hoy sería la República Checa, considerado padre de la mecánica de suelos) y L. Örley, un renombrado ingeniero de túneles austriaco, también fue un

factor que indujo a su futura orientación y su apreciación global de la mecánica del macizo rocoso (Fcker et al., 1988). La tesis de doctorado de Müller tuvo como título: *Investigación acerca de la medida estadística de discontinuidades* (*Untersuchungen über statistische Kluftmessung*).

El proceso de institucionalización de la mecánica de rocas se manifestó con más claridad desde mitades del siglo XX. En 1950 se desarrolla el Primer Congreso de Mecánica de Rocas en Austria y 1956 en Estados Unidos de Norte América.

En 1962, el nombre de la inicial revista austriaca *Geologie und Bauwesen* (Geología e Ingeniería Civil) cambia a *Felsmechanik und Ingenieurgeologie* (Mecánica de Rocas e Ingeniería Geológica) y posteriormente en 1969 a la actual revista *Rock Mechanics & Engineering Geology*. En 1964 se publica en el Reino Unido el primer volumen de la *Revista Internacional de Mecánica de Rocas y Ciencias Mineras* (*International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences*) a cargo de investigadores del Colegio Imperial de Londres.

En las décadas cincuenta a sesenta del siglo XX, se le atribuye también el impulso al desarrollo de mayor investigación en esta disciplina en las obras civiles, a razón de dos importantes accidentes en Europa: el colapso de la presa de Malpasset en 1959 en Francia, accidente que fue provocado por el comportamiento deficiente de la cimentación, donde se destacó una *cuña de roca* en la margen izquierda Rocha, 1970; el deslizamiento en el embalse de la presa de Vajont en 1963 en Italia, accidente provocado por el deslizamiento de una ladera que creó una gran ola pasando por encima de la presa (Müller, 1972; Rocha, 1970).

Paralelo al desarrollo de esta disciplina por el lado de las obras civiles, la minería demandaba investigaciones en mecánica de rocas, a razón de los diversos accidentes de estallido de rocas (*rockbursting*) que se presentaban en minas subterráneas que alcanzaron grandes profundidades. En Canadá, R.G.K. Morrison de la Universidad Mc-Gill fue uno de los primeros ingenieros en describir este fenómeno (Morrison, 1976). Para ese entonces, la mecánica de suelos y rocas en el campo de la minería eran más conocidas como la disciplina de *control de estratos*. En Sudáfrica N.G.W. Cook llevaba a cabo algunas investigaciones sobre este mismo comportamiento de las rocas, que aportaron en forma importante a describir el *estado posrotura* de las rocas.

La institucionalización de la mecánica de rocas fue posible a través de la creación de la *Sociedad Internacional de Mecánica de Rocas* (ISRM: *Internacional Society of Rock Mechanics*) en 1962 en Salzburgo (Austria), con la presidencia de L. Müller y otro grupo de profesionales del denominado *Círculo de Salzburgo* (*der Salzburer Kreis*), grupo de dieciseis profesionales emprendedores que la impulsó.

La disciplina de la mecánica de rocas progresó en forma rápida, en particular después del Primer Congreso Internacional de la ISRM, desarrollado entre el 25 de septiembre al primero de octubre de 1966 en Lisboa Portugal, donde se tuvo la participación de 42 países. En este congreso se tuvo la participación de 32 personas provenientes de Sudamérica (4 %) y la presentación de ocho artículos: Brasil con seis artículos, Colombia y Argentina con un artículo cada uno. Dentro de este impulso internacional en el Occidente, Manuel Coelho Méndez da Rocha (oriundo de Portugal), ingeniero civil y especialista en presas de hormigón y cimentaciones, del Laboratorio Nacional de Ingeniería Civil de Portugal

(LNEC), fue un pilar fundamental para la realización de este primer congreso (Figura 1.3).

Figura 1.3. Manuel Coelho Méndez da Rocha (*1913,†1981) fue un pilar fundamental para el desarrollo del conocimiento de la mecánica de rocas en Portugal, que luego se heredó a Brasil. Foto expuesta en el Laboratório de Mecánica de Rocas del Departamento de Apoyo y Control Técnico (DCT.T) de Furnas, Goiâs–Brasil y en el LNEC, Lisboa–Portugal (Proporcionado al autor por Joâo Luís Armelín).

1.3 La tumba de Ramsés II

Tener conocimiento de la geología y la mecánica de rocas ha sido siempre una ventaja para los grandes proyectos. El faraón Ramsés II escogió el sitio de su tumba en el Valle de los Reyes en la entrada del mismo, para tener la primera vista de aquellos que posteriormente visitaran y vean lo poderoso que fue el faraón. Sin embargo, sus asesores desconocieron que se encontraría con el contacto de las formaciones *Theban/Serai* y *Esna*, que hizo que la tumba no permaneciera tan intacta como ocurrió con las otras tumbas presentes en el mismo valle. En esta corta sección se resume lo escrito en el libro del importante geotecnista francés del siglo XX, Kerisel (2005), titulado “De piedras y hombres: desde los faraones al presente día”.

> … y he aquí hubo un gran terremoto … y los reyes de la tierra, (y) los grandes, los ricos, los capitanes, los poderosos, (y) todo siervo y todo libre, se escondieron en las cuevas y entre las peñas de los montes …

(Apocalipsis 6:12-15)

Los faraones creían en una vida después de la muerte; por tanto, prepararon sus tumbas para el próximo viaje. El faraón Djoser fue el primero en conceptualizar una pirámide; una gran infraestructura para albergar una pequeña cavidad que sería la tumba. Gran parte de las pirámides yacen en el Valle de los Reyes.

La geología del Valle de los Reyes tiene tres formaciones sedimentarias, desde la más antigua a la más nueva (Figura 1.4): la creta Dakhla, la lutita Esna y la caliza Serai (Theban). Viendo el valle desde lejos es muy fácil darse cuenta del contacto entre la lutita Esna y la caliza Theban por el contraste de colores; la primera gris oscura y la segunda casi blanca.

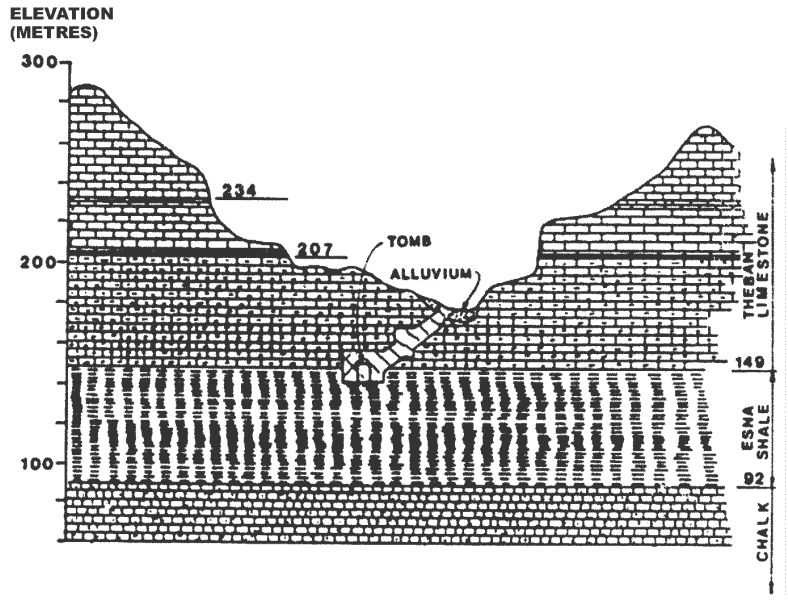


Figura 1.4. Sección vertical de la geología del valle de los reyes, donde se muestra la localización de la tumba de Ramsés II (Tomado de la Figura 101 de Kerisel, 2005).

Sin embargo, Ramsés II (tumba KV7), un faraón ambicioso y egocéntrico quiso edificar su pirámide en el punto más vistoso del valle que coincidía con el contacto entre la lutita de Esna y la caliza de Theban/Serai. La geología pasó su factura, Ramsés II "estaba demasiado lleno de sí mismo para prestar atención a tales cosas (geología): la naturaleza debería simplemente inclinarse a sus deseos".

En una de las estatuas de Ramsés II está inscrito

> Soy Ramsés, rey de reyes … si alguien quiere saber lo grande que soy y donde me encontrarán, que supere una de mis obras.

(Hecateus of Abdera, Grecia)

Ramsés II pasó toda su larga vida ensalzando la gloria de **una sola batalla**, la batalla de Cades, que había ganado como dijo "con una victoria total" en el cuarto año de su reinado. Probablemente fue una simple escaramuza con los hititas a orillas del Orontes, porque no se ha encontrado ningún texto de una fuente diferente para aclarar el asunto. Después de ser considerado, gracias a la Biblia, como la quinta esencia del mal, ahora ha sido rehabilitado en gran medida debido a esta hazaña de armas.

El sitio que eligió Ramsés II para su tumba contrastaba con la ubicación mucho más discreta en la *cabecera del valle*, elegida por su

predecesor Thutmosis I, un valiente guerrero y el primer faraón en seleccionar ese valle para su lugar eterno. El orgullo de Ramsés II y su deseo de ser preeminente resultarían fatales.

“Las fuerzas del mal habitaban en el sitio elegido: (o,) más precisamente, la geología y la hidráulica de ese lugar en particular eran más desfavorables.” que en otro.

La tumba del rey se construyó justo en el contacto de la caliza de Theban/Serai y la lutita de Esna, tal como se muestra en las Figuras 1.4 y 1.5.

En la Figura 1.5 se muestra las sucesivas acciones de la naturaleza que ha sufrido la tumba.

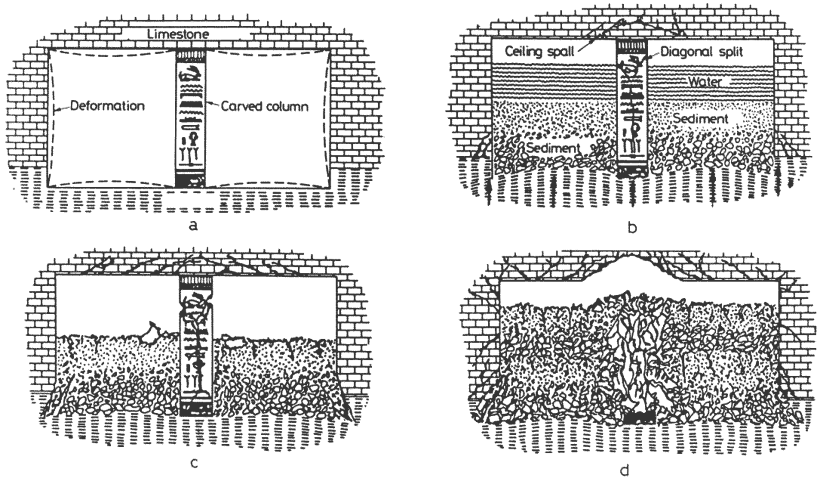


Figura 1.5. Las sucesivas acciones de la naturaleza que ha sufrido la tumba: **a** estado inicial, que soporta una sobrecapa de 280 m de roca en el techo de la cámara, se origina muy poca deformación en las paredes pero se generan concentraciones de esfuerzos en las esquinas; **b** se generan ciclos de anegamiento e hinchamiento de la lutita, esta se expande y ejerce altos esfuerzos en los pilares separando las paredes y las columnas; **c** cuando la lutita se seca ella se contrae, distencionando las columnas, paredes y techo, causando su desplomen; **d** desintegración después de muchos ciclos de anegación y secado (Tomado de la Figura 105 de Kerisel, 2005).

Después de haber sido la tumba saqueada, el insulto supremo para el gran rey, la tumba se llenó casi por completo de lodo traído por lluvias torrenciales ocasionales: los detritos y la grava invadieron la tumba, que se convirtió en el **pozo de aguas residuales** del Valle de los Reyes, en el sitio donde yacía el Rey de Reyes ¡Destino curioso para un faraón enamorado de la fama!

Capítulo 2
Material rocoso

En forma general se define como *roca* a todo material sólido de origen natural presente en la corteza de un planeta. Desde el punto de vista de la mecánica, las principales propiedades que distingue una roca de un suelo son la existencia de la *cohesión interna* de los granos minerales y la capacidad de la misma a resistir esfuerzos de tracción (esfuerzo de distensión).

2.1 Clasificación genética

Las rocas se clasifican de acuerdo a su genética (muy común en geología) y textura. El Cuadro 2.1 muestra que las rocas se clasifican en ígneas, metamórficas y sedimentarias. Para fines de mecánica de rocas, las rocas en *zonas falladas* (inicialmente parte de las rocas metamórficas) son tratadas por separado, debido a su importancia diferencial en el comportamiento mecánico.

Cuadro 2.1. Clasificación de las rocas según su genética.

Tipo de roca		**Subtipo**	**Ejemplos**
Rocas sedimentarias		detríticas	cuarcita, arenisca, lutita, limolita, conglomerado
		químicas	evaporitas, carbón
		orgánicas	rocas coralíferas, dolomita caliza, caliza dolomítica
Rocas ígneas		plutónicas	granito, gabro, diorita, basalto, andesita, riolita
		volcánicas	lapilli, toba, ceniza volcánica
Rocas metamórficas	no relacionadas a zonas de falla	de contacto	masivas: cuarcita, mármol foliadas: pizarra, filita esquistosas: esquisto, neis.
		de deformación	
	relacionadas a zonas de falla	en régimen frágil	brechas
		en régimen dúctil	cataclasitas

En forma muy breve.

1. Las rocas ígneas se forman cuando el magma se enfría y se solidifica. Si el enfriamiento se produce bajo la superficie, se forma rocas con cristales de minerales grandes llamadas rocas plutónicas o intrusivas. Cuando el enfriamiento se presenta en la superficie, se forma rocas con cristales muy pequeños o cristales amorfos, se llama a estas rocas volcánicas o rocas extrusivas.
2. Las rocas metamórficas se forman a partir de otras rocas, ya sea rocas sedimentarias, ígneas u otras metamórficas tras someter a las rocas a grandes esfuerzos, temperaturas y deformaciones.
3. Las rocas sedimentarias son aquellas que se forman por la acumulación de sedimentos, que por procesos físicos y químicos se van consolidando en la superficie. Los sedimentos se obtienen a partir de meteorización de otras rocas (ígneas, metamórficas o

sedimentarias), transporte o depósito en un lugar determinado. La rocas sedimentarias se hallan en forma de estratos.

La clasificación del material rocoso según su genética omite otros aspectos que influyen en su comportamiento mecánico, como ser: la descripción del grado de meteorización, durabilidad del material rocoso y especialmente su resistencia, más otros aspectos que modifican el modo de resistencia, como la *anisotropía*.

2.2 Clasificación considerando la escala

La roca a diferentes escalas de apreciación puede clasificarse en *roca intacta* (*i.e.* substancia roca), *material rocoso* y *macizo rocoso*, en función a su volumen y comportamiento mecánico; representada por su *resistencia a compresión uniaxial* (σ_{ci}) como una propiedad indicativa.

La roca intacta no significa lo mismo que el material rocoso, que comúnmente se entiende o supone que son sinónimos. En la Figura 2.1 se observa que la resistencia a compresión uniaxial de la roca varía según el volumen que se ensaya.

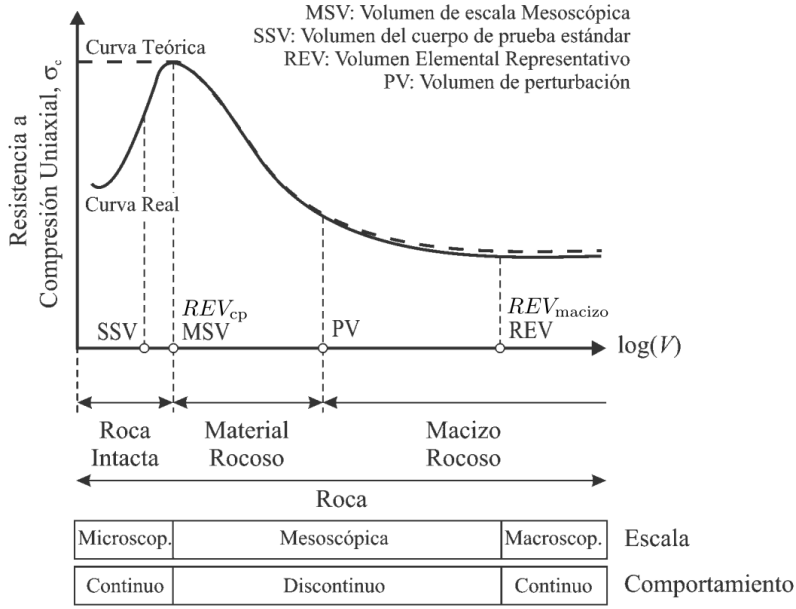


Figura 2.1. Definición del material rocoso según la resistencia a compresión uniaxial. Una figura similar a esta pero con datos reales puede encontrar en la Figura 2-28 (página 44) de Vutukuri et al. (1974).

El *volumen del cuerpo de prueba estándar* (SSV: *Standard Sample Volume*) es el volumen de roca definido por convención para comparar las propiedades mecánicas de la mismas que dependen del volumen. Para el caso de la resistencia a compresión uniaxial (σ_c) el SSV corresponde a un cuerpo de prueba cilíndrico de relación altura:diámetro (H/D) iguales a 2.3 para un diámetro cercano a la serie NX de 50 mm (*i.e.* SSV cercano a $0.2 \times 10^{-3}\,\mathrm{m}^3$). No obstante este valor puede variar en función al máximo tamaño o el tamaño medio de los minerales o

granos presentes en el material rocoso, $d_{\max}$ y d_{med}, respectivamente; así el volumen del SSV se puede estimar con

$$S_{\mathrm{sv}} = \frac{5}{8}\pi \max(6\, d_{\max}^3, 10\, d_{\mathrm{med}}^3).$$

El valor de σ_{c} del volumen del cuerpo de prueba estándar (SSV) no necesariamente es el máximo en relación a su volumen; esto se debe a que el área de las microfisuras es tan alto que debilita la roca. Sin embargo, se comporta como un continuo desde el punto de vista de los tamaños comunes de los minerales presentes en las rocas en la corteza terrestre, además por su tamaño relativo a la escala de aplicación humana que se le da a la roca: ella está dentro de una escala microscópica.

A medida que se aumenta en volumen de roca, se observa que su resistencia a compresión uniaxial tiende a aumentar a un máximo que se denomina volumen de *escala mesoscópica* (MSV), de las siglas en inglés de *Mesoscopic Scale Volume*, que marcará el límite de la *roca intacta* y el *material rocoso*.

Se define al *material rocoso* a aquel material sólido idealizado de continuidad y homogeneidad relativa al nivel de escala mesoscópica, compuesta por varios minerales yuxtapuestos en forma cristalina o en forma amorfa (presentándose cada mineral con su forma propia o fragmentada en derrubios) sin superficies de discontinuidades que pueda separar al material. Bajo esta definición se admite también que el material rocoso tenga *discontinuidades impersistentes*, pero lo suficientemente inextensas para no separar el material volumétricamente en fragmentos más pequeños.

El *volumen de escala mesoscópica* (MSV: *Mesoscopic Scale Volume*) es aquel volumen donde las microestructuras (*i.e.* microfisuras, microdiscontinuidades) presentes en el mismo no hacen variar las propiedades de la roca como material mecánico. Se puede considerar que el MSV define el límite entre roca intacta y material rocoso.

Diferentes términos de material rocoso en la literatura

Como *material rocoso compacto* se refiere a aquel material rocoso idealizado que no tiene poros. El *material rocoso poroso* o *material rocoso fisurado* es aquel que tiene tanto poros o fisuras aislados como también interconectados.

El *material poroso fresco* es aquel que no ha sufrido un proceso de meteorización en el Neoceno o el presente.

El *material rocoso firme* (*sound rock material*) es aquel material rocoso que no tiene ningún tipo de alteración por meteorización. Se aplica más a rocas duras frescas ya que por no tener alteración emiten un sonido metálico al golpe con martillo cateador (el término *sound* significa en este caso *solvente* y no *sonido* si se quiere traducir del Inglés). Como *material rocoso alterado* se usa para indicar lo contrario al adjetivo de firme o fresco, en la anterior definición.

El *material rocoso intacto* es aquel material rocoso homogéneo que está ausente de mesofisuras (mesodiscontinuidades); además, que sus propiedades mecánicas son invariables para el volumen de perturbación y el estado de esfuerzos al que está sometido, según la Figura 2.1.

Material rocoso fisurado o quebrado (*cracked rock*) es otro término usado para expresar la presencia de microfisuras o microdiscontinuidades en el material rocoso. Tanto el material rocoso compacto como el poroso pueden ser intactos ó fisurados.

En este sentido, los adjetivos fisurado y alterado son casi sinónimos, solamente que la alteración involucra tanto una alteración mecánica (generación de microfisuras y microdiscontinuidades) así como una alteración química (proceso de meteorización); mientras que el adjetivo de fisurado o quebrado se refiere más a una alteración mecánica.

La *matriz de roca* es un término posiblemente mal empleado para el *material rocoso intacto*. Por ejemplo, este término se confunde con la definición de matriz expuesta en rocas sedimentarias. Asimismo, es común pero genera confusión usar los términos de *material rocoso* como sinónimo de *roca intacta* o *matriz de roca*; estos dos últimos que es preferible no usarlos extensamente. En este sentido, se tiene que decir que las definiciones de roca intacta y roca compacta son hipotéticas hasta cierto grado, debido a que difícilmente se encontrará un material natural sin microdefectos y sin microporos. Por consiguiente, se define como *roca intacta* como aquella roca que a nivel mesoscópico no presenta defectos pero que a nivel microscópico presenta defectos y cuyas propiedades mecánicas varían según su volumen hasta un límite denominado volumen de escala mesoscópica (MSV), según la Figura 2.1.

En este texto se hace la diferencia conceptual entre el término de *roca intacta* y *material rocoso*; sin embargo, de aquí en adelante no se tratará acerca de las propiedades mecánicas de la *roca intacta*. Solo se hablará del *material rocoso* y el *macizo rocoso*, que son por ahora lo que interesa para el campo de aplicación de la mecánica de rocas.

Se llamará *roca* cuando se haga alusión en forma general al material a cualquier escala de apreciación.

2.3 Propiedades

Las propiedades de la roca dependerán de las propiedades físicas de los minerales que lo integran y de la forma como éstos están unidos; es decir: de su mineralogía, estructura (textura y grado de fracturamiento) y grado de meteorización. De este modo, es necesario diferenciar la roca de acuerdo a estas cinco propiedades, para fines de su estudio desde el punto de vista mecánico.

La estructura y la fábrica son definiciones a nivel mesoscópico cercano a microscópico que definen la roca en geología.

La *estructura de la roca* es el término que engloba la textura, la fábrica y las microdiscontinuidades. La *textura* es la forma del arreglo espacial de los constituyentes (minerales y micropartículas de rocas). Cubre los aspectos geométricos tales como tamaño y forma de los constituyentes, además de la relación entre éstos.

La *fábrica* es la distribución espacial de los constituyentes que componen la roca. La orientación preferencial de estos constituyentes es el aspecto más notable de la fábrica y debe ser descrita en términos cualitativos o cuantitativos a través de medidas, si éstas son observables

al nivel de escala definido (nivel mesoscópico, microscópico o nanoscópico). La fábrica también incluye cualquier *microdiscontinuidad*. Ésta última es definida como cualquier discontinuidad (*e.g.* planos de separación entre constituyentes, dislocaciones, fracturas) observada a nivel microscópico. En lo posible debe describirse con la intensidad, espaciamiento, continuidad y orientación preferencial.

Para conocer la mineralogía de la roca se puede recurrir al análisis petrográfico con el uso de microscopio en muestras delgadas y al ensayo de difracción de rayos X (XRD) en caso de rocas con constituyentes tan pequeños que no es posible observarlos a través del microscopio. El mismo ensayo de petrografía microscópica dará una buena descripción de la textura y estructura.

Asimismo, para conocer más detalles de la composición mineralógica, en especial para conocer el grado de meteorización de la roca, los ensayos químicos pueden ser los más indicados. La microscopía electrónica de barrido (SEM), que en realidad es una técnica nanoscópica, permitirá en ciertos casos conocer más de las propiedades del material rocoso.

2.4 Aptitud para la construcción

Toda roca que no presente un alto grado de meteorización a nivel mesoscópico o un cierto grado de fisuración puede ser apta para el uso de la construcción. Sin embargo, se tiene que conocer aquellos minerales constituyentes de rocas que desde el punto de vista químico no son apropiados para este fin; éstos son los siguientes.

1. Minerales solubles: calcita, dolomita, yeso, anhidrita, sal (halita) y zeolita.
2. Minerales inestables: marcasita y pirrotita.
3. Minerales potencial a ser inestables: nontronita (montmorillonita rica en hierro), nefelina, leucita, micas ricas en hierro.
4. Minerales cuya meteorización produce ácido sulfúrico: pirita, pirrotita y otros minerales de sulfuros.
5. Minerales con bajo coeficiente de fricción: arcillas (especialmente montmorillonitas), talco, clorita, serpentina, micas, grafito y molibdeno.
6. Minerales potenciales a expandirse: montmorillonita, anhidrita, vermiculita.
7. Minerales que reaccionan o interfieren con la reacción al cemento: ópalo, vidrio volcánico, chert, yeso, zeolita y micas.

Sin embargo, sólo la clasificación de la roca no es suficiente para tomar decisiones importantes, por lo que es imperativo la ejecución de ensayos de laboratorio.

Los ensayos más representativos que se deben realizar para caracterizar un material rocoso para fines de uso como material de construcción son los siguientes.

1. Análisis petrográfico de la roca.
2. Difracción de rayos X en caso que el análisis petrográfico no permita la clasificación de la roca.
3. Propiedades índice.

4. Ensayos de resistencia mecánica.
5. Ensayos de durabilidad.

2.5 Minerales formadores de roca

Un *mineral* es una porción de materia sólida de composición química definida y constante. Pese a que hay más de 4000 minerales, solo unas cuantas docenas de ellos son constituyentes comunes en los materiales presentes en las rocas de la superficie de la Tierra. Estos pocos minerales son por lo general muy importantes para varios ambientes naturales.

El proceso de determinar la composición química del mineral y la estructura cristalina precisa requiere de procedimientos de ensayo e instrumentos sofisticados. Cuando identificamos minerales de aquellas rocas en *muestras de mano* se puede usar algunas técnicas no precisas analizando propiedades físicas; tales como color, gravedad específica, forma de los cristales y clivaje. El Cuadro 2.2 muestra la agrupación de aquellos minerales que son más comunes en las rocas.

Cuadro 2.2. Clasificación de los minerales formadores de rocas en la corteza terrestre.

Grupo	Ejemplos	Fórmula química
Silicatos	Cuarzo	SiO_2
	Plagioclasa, Feldespato	Na Al Si_2O_8, Ca Al Si_2O_8
	Piroxeno	Ca_2 Si_2O_6, Mg_2 Si_2O_6, Fe_2 Si_2O_6
Carbonatos	Calcita	Ca CO_3
	Dolomita	Ca CO_3, Mg CO_3
Óxidos	Hematita	Fe_20_3
	Bauxita	óxidos hidratados de aluminio
Sulfatos	Pirita	FeS_2
	Galena	PbS

En el Cuadro 2.3 se muestra otra clasificación de los minerales formadores de rocas.

Cuadro 2.3. Minerales escenciales que consitituyen las rocas (Sivakugan et al., 2013, p. 6, Cuadro 1.3).

Grupo	Descriptción
Silicatos	Silica SiO_2; Feldespatos (silicatos de Na, K, Ca y Al); Anfibolitas; Piroxenos; Micas; Granates; Olivinos; Minerales de arcillas (silicatos de K, Fe, Mg y Al)
Carbonatos	Calcita: carbonatos de Ca; Dolomitas: carbonatos de Ca—Mg

Las arcillas también son minerales formadores de rocas e incluso formadores de suelos antes de ser formadores de rocas; por tanto, su estudio es de importancia. Las arcillas en ingeniería geotécnica se las clasifica en una sola definición: como toda partícula de tamaño menor a 4×10^{-3} mm; esta es una clasificación netamente del tamaño de la partícula. Sin embargo, las arcillas son minerales mucho más complejos que se clasifican de acuerdo a su composición química y su estructura atómica; donde el tamaño es solo una coincidencia. Son por estas dos propiedades (composición química y estructura atómica) que las arcillas

se diferencias unas con otras; siendo algunas capaces de retener mucha agua u otras de expandirse cuando se secan.

2.6 Clasificación mecánica

La clasificación del material rocoso según la resistencia mecánica y representada por la *resistencia a compresión uniaxial*, fue planteada por la ISRM en 1981. Con esta clasificación se puede definir por ejemplo la frontera entre suelo y roca (Cuadro 2.4) desde el punto de vista mecánico.

La frontera entre suelo y roca, por mucho tiempo no estaba bien definida, pero esa frontera era entre 0.25 MPa a 2.0 MPa. Por ejemplo, John (1971) y Palmstrom (1995) definieron que un material es un suelo cuando su resistencia a compresión uniaxial es menor a 0.25 MPa; Coates (1964) y Deere &p; Miller (1966) ubicaron esta frontera en 2 MPa; la Sociedad Geológica ubicó en 0.5 MPa; la Organización Internacional de Estándares definió en 0.6 MPa; Broch & Franklin en 0.7 MPa y (Bieniawski, 1968). Finalmente, la ISRM y Hoek & Bray definen este límite en 1.0 MPa (Figura 2.2).

Cuadro 2.4. Resistencia a la comprensión uniaxial ISRM 1981b.

Material	Tipo	Resistencia en MPa	Estimación de la tenacidad en el terreno
Roca	Extremadamente resistente	> 250	Roca muy dura, se necesita muchos golpes con el martillo del geólogo para romper la muestra.
	Muy resistente	$[100, 250]$	Roca muy dura, se necesita más de un golpe con el martillo de geólogo para romper la muestra.
	Resistente	$[50, 100]$	Roca dura la muestra en la mano, puede romperse con un solo golpe del martillo de geólogo.
	Moderadamente resistente	$[12.5, 50]$	Roca débil, la parte del pico del martillo del geólogo se hunde 5 mm con un golpe.
	Moderadamente débil	$[5.0, 12.5]$	Muy difícil de tallar a mano, Roca muy débil, el material se desmorona por efecto de los golpes firmes con el extremo afilado del martillo de geólogo.
	Débil	$[1.25, 5.0]$	
	Muy débil o suelo duro	$[0.60, 1.25]$	
Suelo	Muy rígido	$[0.30, 0.60]$	El suelo puede rayarse con la uña.
	Rígido	$[0.15, 0.30]$	No se puede moldear el suelo con los dedos.
	Firme	$[0.08, 0.15]$	El suelo solo puede moldearse con fuerte presión de los dedos.
	Blando	$[0.04, 0.08]$	Suelo fácilmente moldeable con los dedos.
	Muy Blando	< 0.04	El suelo escurre entre los dedos cuando se aprieta en la mano.

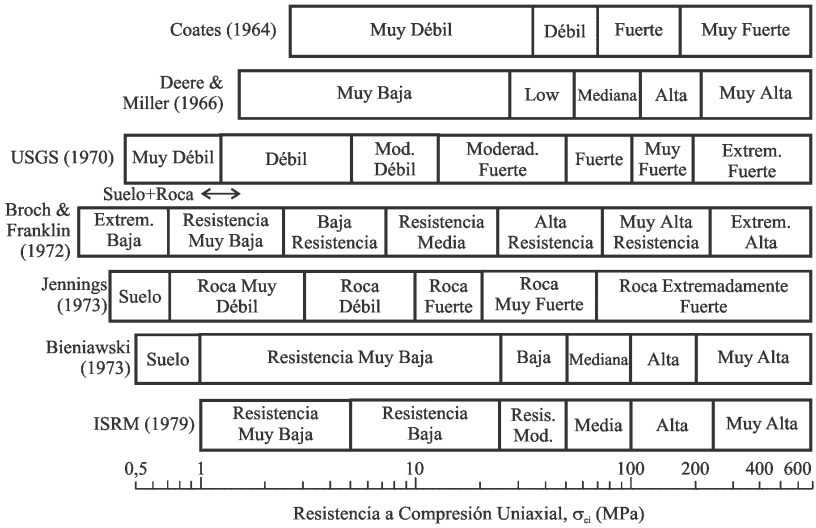


Figura 2.2. Diferentes clasificaciones del material rocoso según la resistencia a compresión uniaxial.

La clasificación por la resistencia mecánica representada por la resistencia a compresión uniaxial no brinda mayor información más que solo ese parámetro, por lo que será necesario describir el material rocoso mediante una clasificación más apropiada.

Deere & Miller (1966) proponen una clasificación del material rocoso que se basa en dos propiedades: la resistencia a compresión uniaxial (σ_c) y el módulo de elasticidad tangente evaluado al 50 % de la resistencia a compresión uniaxial (E_t); definen el *módulo relativo* (M_r), que es la relación de esta última propiedad sobre la primera (Ecuación 2.1); del siguiente modo:

$$M_r = \frac{E_t}{\sigma_c}. \tag{2.1}$$

La clasificación se basa en el Cuadro 2.5 y Cuadro 2.6.

Cuadro 2.5. Clasificación estructural del material rocoso con base a la resistencia a compresión uniaxial, Deere & Miller (1966).

Clase	Resistencia	Magnitud de σ_c en MPa
A	Muy alta	> 230
B	Alta	$[120, 230[$
C	Media	$[60, 120[$
D	Baja	$[30, 60[$
E	Muy baja	< 30

Cuadro 2.6. Clasificación estructural del material rocoso con base al módulo relativo, Deere & Miller (1966).

Clase	Resistencia	Magnitud de M_r en 1
H	Elevado	> 500
M	Mediano	$[200, 500[$
L	Bajo	< 200

El *módulo relativo* indica la inversa de la deformación axial en falla; por lo tanto, las rocas frágiles tienen un M_r alto y las rocas dúctiles tienen un M_r bajo. Se puede decir que el módulo relativo sí es un parámetro de la roca, porque (en conjunto con otros parámetros) puede definir la forma de la curva esfuerzo y deformaciones axiales.

Posterior a la clasificación del material rocoso se debe proceder a la descripción de las cualidades de la misma, que se cubre con las denominadas *propiedades índice* (*e.g.* dureza, durabilidad, porosidad, densidad, velocidad sónica, resistencia, módulo de elasticidad, relación de Poisson, permeabilidad primaria, grado de expansión, desleimiento, entre otras). Como propiedades índice del material rocoso es necesario nombrar también los *índices de meteorización*, si es que la roca está en una región donde la meteorización es importante. Detalles de estos ensayos se encuentra más extensamente explicados en Suarez-Burgoa (2014)

2.7 Efecto de escala del material rocoso

Nuevamente se retoma el aspecto importante del *efecto escala*, pero ahora solo a nivel de material rocoso. El *efecto escala* ocurre cuando no es posible reproducir la misma propiedad de un material prototipo con un modelo idéntico (*i.e.* en composición y geometría) pero de escala diferente del primero. Se define que un material rocoso es afectado, por el efecto escala a una cierta propiedad, cuando sus valores son dispersos respecto a una media obtenidos a diferentes tamaños, *i.e.* diferentes volúmenes.

La curva hipotética del efecto escala de cualquier propiedad del material rocoso indica que es una curva, que por facilidad, esta se asume asintótica paralela al eje de las abscisas donde se evalúa la dimensión volumétrica del *cuerpo de prueba* (CP) (Figura 2.3). El volumen libre del efecto de escala (V_n) se identifica en el valor de la asíntota y se denomina *volumen elemental representativo del cuerpo de prueba* ($\mathrm{REV_{cp}}$, de las siglas del inglés de *Representative Elementary Volume*); mientras que se cree que el volumen de un *cuerpo de prueba estándar* (V_{50}), generalmente cilíndrico con relación altura diámetro $h : d = 2.5$ con diámetro de 47 ± 50 mm, está levemente afectado por el efecto escala, este se asume como $\mathrm{REV_{cp}}$.

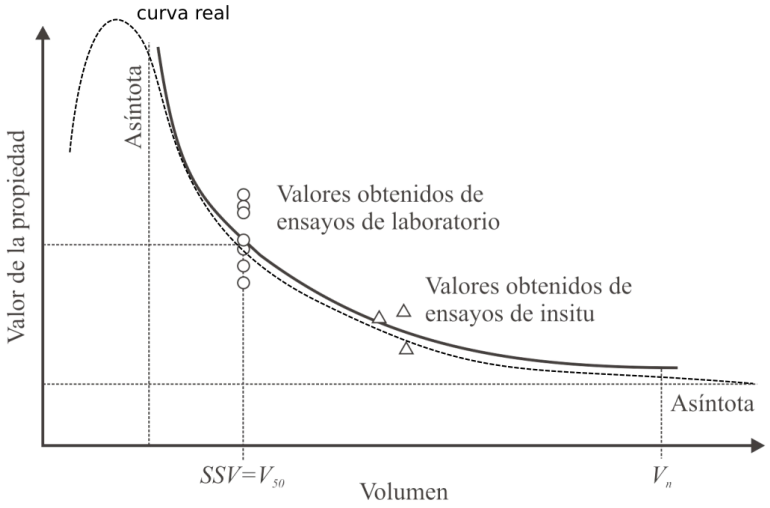


Figura 2.3. Curva teórica del efecto escala del material rocoso.

Una curva real sería muy costosa de obtener con exactitud; de este modo, en la mayoría de las propiedades, la curva del efecto de escala es raramente conocida con cierta certeza o simplemente nunca fue encontrada (Leal Gomes, 1993).

La resistencia a compresión uniaxial es la propiedad más estudiada respecto al efecto escala del material rocoso. La función más común del efecto escala a esta propiedad es una función exponencial en decremento

$$\frac{\sigma_{\mathrm{cd}}}{\sigma_{\mathrm{ci}}} = a\, d^{b};$$

donde a y b son constantes que dependen del tipo del material rocoso (Cuadro 2.7) y $\sigma_{\mathrm{c},d}$ es la resistencia a compresión uniaxial del *cuerpo de prueba* de diámetro d.

Cuadro 2.7. Parámetros de las ecuaciones empíricas del efecto escala en σ_{c}.

Tipo de material rocoso	a	b	Unidades		Referencia
			σ_{ci}	d	
Mármol, hormigón	1.00	-0.092	kg cm^{-2}	mm	Mogi (1962)
Carbón	5718	-0.5	psi	inch^3	Hustrulid (1976)
Cuarzo diorita, para $d < 150\mathrm{mm}$	6004	-0.17	MPa	mm	AbouSayed &Brechtel (1976)
Basalto máfico, para $d < 150\mathrm{mm}$	6025	-0.85	MPa	mm	Kramadibrata &Jones (1993)
Pórfido, para $d < 150\mathrm{mm}$	2630	-0.58	MPa	mm	
Mena de oro en Dolerita, para $d < 150\mathrm{mm}$	[513, 603]	-0.29	MPa	mm	

Hoek & Brown (1980) y luego Wagner (1987) propusieron relaciones relativas muy similares pero para diferentes intervalos de aplicación para la variable d, Ecs. 2.2 y 2.3, respectivamente; donde $\sigma_{\mathrm{c},50}$ es la

resistencia a compresión uniaxial de un *cuerpo de prueba* de 50 mm de diámetro.

$$\frac{\sigma_{cd}}{\sigma_{c50}} = \left(\frac{50}{d}\right)^{0.18} ;\ \text{para } d \leq 200\ \text{mm}. \tag{2.2}$$

$$\frac{\sigma_{cd}}{\sigma_{c50}} = \left(\frac{50}{d}\right)^{0.2} ;\ \text{para } d > 200\ \text{mm} \tag{2.3}$$

Por otro lado, Price (1985) propuso una relación empírica (Eq. 2.4) no relativa, donde las unidades de esfuerzo están en megapascales y las de longitud en milímetros.

$$\sigma_{cd} = 1944\, d^{-0.8} + 69.3. \tag{2.4}$$

Weibull (1939) propone una relación logarítmica para relacionar en este caso entre dos valores diferentes de volúmenes: un volumen pequeño V_s y uno mayor al anterior (volumen grande) V_B, (Ecuación 2.5) para cualquier material rocoso; donde m_w es una constante que depende del material y cuyos valores se muestra en el Cuadro 2.8, para solo dos materiales.

$$m_w \log_{10}\left(\frac{\sigma_{cs}}{\sigma_{cB}}\right) = \log_{10}\left(\frac{V_B}{V_s}\right) \tag{2.5}$$

Cuadro 2.8. Parámetro m_w de la ecuación empírica de Weibull (1939).

Tipo de material rocoso	m_w	Referencia
Granito	12.0	Lundborg (1967)
Carbón	2.5	Bieniawski (1968)

2.8 Ensayos de carga puntual simple

Los ensayos, donde se usan puntas como aplicación de carga, son de los primeros métodos para poder estimar de forma cercana el valor de la resistencia a compresión uniaxial del material rocoso. En esta sección se explica los diferentes tipos de ensayo que someten al material rocoso a una fuerza concentrada en dos puntas opuestas y los procedimientos básicos de los ensayos, el equipo y la forma de calcular, así como ecuaciones empíricas que ayudan a estimar la resistencia a compresión uniaxial del material rocoso y correlaciones a otras propiedades que se han propuesto.

La ventaja de este grupo de ensayos es que se puede estimar a partir de muestras de campo irregulares, sin ninguna exhaustiva preparación y con un equipo portátil, fácil de construir y económico. No obstante los resultados tienen alta incertidumbre.

2.8.1 Equipo

El equipo puede constar de un marco estructural rígido tipo prensa de compresión, un cilindro hidráulico de seis toneladas fuerza de capacidad (*i.e.* 59 kN), dos puntas cónicas metálicas de acero inoxidable de alta dureza, una bomba hidráulica manual y un manómetro calibrado para obtener una correlación de la presión en el gato con la fuerza aplicada a las puntas (Figura 2.4).

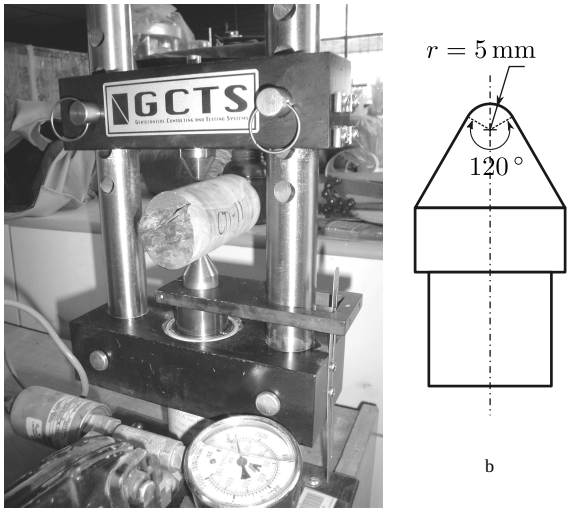


Figura 2.4. Máquina de ensayo de carga puntual: **a** prensa; **b** detalle de la punta cónica.

2.8.2 Ecuación original

Este tipo ensayo de *carga puntual* fue propuesto en forma sistemática por Broch & Franklin (1972); sin embargo, se tiene conocimiento del mismo desde 1950 (Wittke & Louis, 1969). Fue diseñada para un solo tipo de muestra, proveniente de las perforaciones a diamantina y para una sola posición entre las puntas: el diámetro paralelo a la línea que une las dos puntas.

En este ensayo se mide la fuerza requerida para romper una muestra de roca comprimida entre dos puntas cónicas de acero truncadas en esferas (Figura 2.4b).

El índice de carga puntual (el de laboratorio, denotado por I_{s}) es la relación de la fuerza de rotura de la roca P dividido por la distancia entre las puntas D, esta última elevada al cuadrado (Ecuación 2.6).

$$I_{\mathrm{s}} = \frac{P}{D^2}. \tag{2.6}$$

Debido a que la muestra proviene de núcleos de roca de perforaciones a diamante y además que se ensaya diametralmente de forma que las puntas pasan por el diámetro del cilindro que es el núcleo, entonces la distancia entre las puntas es igual al diámetro del núcleo ensayado. Pero esto no necesariamente se cumple con incluso muestras cilíndricas que se las pone de forma que su eje axial sea paralelo a las puntas o en muestras irregulares que no son cilíndricas.

De este modo, se plantean que D será un diámetro equivalente en caso que las muestras no sean cilíndricas y no se las ensaye diametralmente; la ecuación resultante es la misma:

$$I_{\mathrm{s}} = \frac{P}{D_{\mathrm{e}}^2}. \tag{2.7}$$

En este sentido, es mejor llamar a D_{e} como *distancia entre las puntas* y no así *diámetro equivalente* ni únicamente diámetro.

Luego, los valores de I_{s} pueden variar según el tamaño de la muestra, a mayor volumen de la muestra se prevé normalmente mayor I_{s}; aunque es relativo porque a mayor volumen hay más probabilidad de tener más microfracturas que debilitan el material rocoso.

Sea cualquier circunstancia, existe una influencia del tamaño de la muestra en el valor de I_{s}; por tanto, este I_{s} se debe corregir a un valor normalizado (estándar) I_{s50} (correspondiente a una muestra cilíndrica de 50 mm de diámetro y denominado *índice de carga puntual simple corregido*o estándar) a través de la expresión de la Ecuación 2.8. Si el diámetro está próximo a 50 mm el exponente de la expresión es igual a 0.5 y la ecuación resulta en lo siguiente

$$I_{\mathrm{s50}} = \left(\frac{D}{50}\right)^{0.45} I_{\mathrm{s}}. \tag{2.8}$$

Observe en esta ecuación que en la fracción $D/50$ no se puso D_{e} porque D se refiere a la distancia entre las puntas, mientras que D_{e} es el diámetro equivalente de cualquier muestra de sección transversal de área A a una sección circular.

Por tanto, la ecuación total con la respectiva corrección del *índice de carga puntual simple estándar* es

$$I_{\mathrm{s50}} = \left(\frac{D}{50}\right)^{0.45} \frac{P}{D_{\mathrm{e}}^2}; \tag{2.9}$$

pero se quiere hacer desaparecer el D_{e}^2. Para ello, se puede poner la expresión en términos del área de la sección transversal en el plano de rotura (A):

$$D_{\mathrm{e}}^2 = \frac{4A}{\pi}$$

y así tener para cualquier forma de muestra:

$$I_{\mathrm{s50}} = \left(\frac{D}{50}\right)^{0.45} \frac{P\pi}{4A}. \tag{2.10}$$

2.8.3 Recomendaciones

Son recomendables al menos entre doce muestras del mismo tipo de roca, pero con preferencia 24 muestras, con dimensiones entre 30 mm y 85 mm con una relación altura-diámetro $2 < H/D_\mathrm{e} < 2.5$. Se anulan los dos valores más altos y los dos más bajos de cada serie, así como los valores correspondientes a rocas que no han fallado a través de los puntos de carga.

De los valores sobrantes, se realiza un promedio, cuyo resultado da el valor final del índice a la resistencia a carga puntual, corregido y normalizado $I_{\mathrm{s}50}$.

No se aconseja hacer el ensayo de carga puntual simple en rocas blandas con $I_\mathrm{s} < 0.1\ \mathrm{MPa}$ (*i.e.* $\approx c < 2\ \mathrm{MPa}$). Asimismo, la correlación con la resistencia a compresión uniaxial es sólo válida a partir de $I_{\mathrm{s}50} > 1\ \mathrm{MPa}$.

Para rocas anisótropas se procura que la dirección de carga sea paralela o perpendicular al eje de simetría y se analiza la resistencia en cada dirección independiente de las otras. Sin embargo, en rocas sedimentarias blandas (*e.g.* lutitas), la experiencia recomienda ensayar en únicamente en la dirección perpendicular a la estratificación.

2.8.4 Tipos de ensayos

Existe variaciones de este tipo de ensayo de carga puntual simple: el ensayo tipo Franklin y el tipo Louis (ambos para cuerpos de prueba cilíndricos) y el método para muestras irregulares.

La Figura 2.5 muestra de forma respectiva en los incisos a, b y c las variaciones tipo Franklin, muestra irregular y tipo Louis.

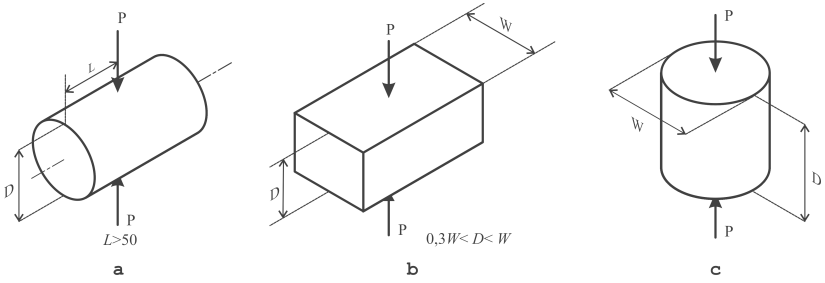


Figura 2.5. Tipos de ensayo de carga puntual simple, según la aplicación de la carga en el núcleo o muestra irregular: **a** tipo Franklin (tipo A), **b** *lump test* (irregular) y **c** tipo Louis (tipo B).

2.8.4.1 Cilíndrica Franklin

El ensayo cilíndrico Franklin se refiere al caso del ensayo diametral, la rotura se produce en un plano paralelo al eje de carga. Este ensayo está normalizado según la norma ASTM D-5731 como del Tipo A y determina el *índice de resistencia a carga puntual* I_s en rocas en estado seco o húmedo (Ecuaciones 2.6 y 2.7).

La rotura se produce por la aparición de grietas paralelas al eje de carga.

2.8.4.2 Cilíndrica Louis

El ensayo de carga puntual cilíndrica Louis se menciona como ensayo de carga axial Tipo B en la norma ASTM D-5731. Se ejecuta por lo general

en núcleos donde el diámetro se corrige para hallar uno equivalente D_{e} a través de la Ecuación 2.11, donde A es el área de la sección transversal de la muestra.

La Figura 2.6 muestra la forma de aplicar la carga y las distintas formas de rotura aceptadas por el ensayo.

Se parte de que

$$D_{\mathrm{e}} = \sqrt{\frac{4A}{\pi}};$$

donde en este caso el área de rotura es el diámetro por la altura $A = D\,H$, dando la distancia equivalente entre puntas

$$D_{\mathrm{e}} = \sqrt{\frac{4DH}{\pi}}. \tag{2.11}$$

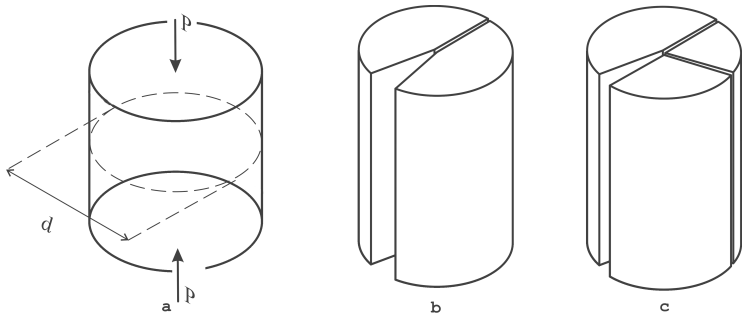


Figura 2.6. Ensayo de carga puntual simple cilíndrica Louis: **a** aplicación de la carga en el núcleo; **b** y **c** formas aceptadas de aplicar la carga para el ensayo de carga puntual diametral.

2.8.4.3 Irregular o Lump test

Este ensayo se llama también ensayo *lump test* (donde *lump* significa un pedazo o trozo de roca) o puntual simple en muestra irregular. Se emplea cuando la muestra ensayada es un trozo de roca de geometría irregular. Aquí el valor del diámetro equivalente D_{e} (Ecuación 2.12) es:

$$D_{\mathrm{e}} = \sqrt{\frac{4}{\pi} D\bar{W}}; \tag{2.12}$$

donde $\bar{W}$ es el promedio de los anchos de la muestra irregular (Figura 2.7) y se puede tomar de dos a más anchos, si se quiere. La expresión general es el promedio de los anchos

$$\bar{W} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n} W_i.$$

Hoy en día existe métodos expeditos para el cálculo de áreas irregulares, por lo que se puede aplicar directamente A en la Ecuación 2.9.

Cuando se ensayan muestras irregulares, éstas no requieren preparación; pero es importante ensayar más muestras, por lo menos veinte y de preferencia cuarenta muestras (auque parescan muchas). La dimensión menor de la muestra siempre debe ir entre las puntas D no debe ser menor a 30 mm ni más de 85 mm, con una dimensión preferencial de 50 mm.

Una regla general, al escoger las muestras irregulares es que (asumiendo un peso unitario de la roca de 24 kN $^{-3}$) su masa debe ser cercana a 500 g.

La relación $D/\bar{W}$ se recomienda que esté entre $1/3$ a 1, con preferencia cerca de 1; mientras que la distancia L en por lo menos $0.5\,W$, donde L es la semilongitud total de la muestra (la longitud total sería $2L$).

Se verifica también que los lados de la muestra estén libres de irregularidades abruptas que puedan generar concentración de esfuerzos.

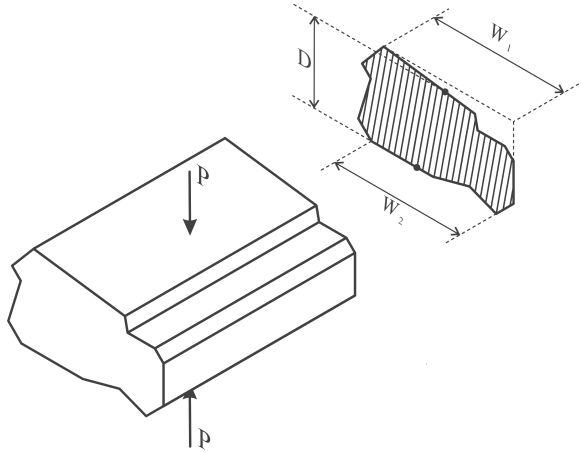


Figura 2.7. Forma irregular para el ensayo de carga puntual.

Obtener muestras irregulares que se acerquen a un prisma, de relación $L:D$ cercana a uno, puede ser difícil en algunas rocas; esto porque cuando se quieren fracturar con un golpe dinámico, por su tipo de arreglo de los minerales van a tender a que se obtenga formas tipo tetrahédricas (algunas rocas metamórficas) o planas (algunas rocas sedimentarias).

2.8.5 Clasificación de la roca a partir de I_{s50}

Según el índice de carga puntual simple **corregido** (I_{s50}) se propone la siguiente clasificación del material rocoso (Cuadro 2.9).

Cuadro 2.9. Clasificación del material rocoso a partir del I_{s50}.

Clasificación	I_{s50}
Muy alta resistencia	>8
Alta resistencia	4 a 8
Mediana resistencia	2 a 4
Baja resistencia	1 a 2
Muy baja resistencia	<1

2.8.6 Correlación de σ_{ci} con I_{s50}

Se planteó que existe una relación directa de la resistencia a compresión uniaxial (σ_{ci}) con el índice de carga puntual simple I_{s50} a través de un factor k_{50}, que puede variar de 15 a 25 para todas las rocas en general o de 10 a 50 para el caso de rocas anisótropas.

Palmström (1995) encontró que los valores de k_{50} varían en función a σ_{ci} según lo que se muestra en el Cuadro 2.10, valores que podrían emplearse para estimar la misma resistencia a compresión uniaxial de la roca.

Cuadro 2.10. Valores de k_{50} para diferentes intervalos de σ_{ci}, Palmstrom (1995).

σ_{ci}	I_{s50} **en MPa**	k_{50}
25 a 50	1.8 a 3.5	14
50 a 100	3.5 a 6	16
100 a 200	6 a 10	20
$>$ 200	$>$ 10	25

Las correlaciones más conocidas entre el I_{s50} y σ_{ci} son las de Deere & Miller (1966), Broch & Franklin (1972), Bieniawski (1975) y las recomendaciones de la ISRM (1985). Asimismo, existen al menos 33 correlaciones entre el I_{s50} y σ_{ci} (Cuadro 2.11).

No obstante, existe una cierta cantidad de referencias que comentan acerca de la poca confiabilidad de todas las correlaciones hasta ahora propuestas Seshagiri-Rao et al. (1987), Hanssen (1988), Greminger (1982), Suarez–Burgoa (2011) y Wang et al., (2020).

Se afirma que el error de estimación puede ser hasta del 100 % (Suarez–Burgoa, 2011). También, Bieniawski (1973) ya afirmaba que el ensayo de carga puntual simple no debía realizarse para rocas con resistencia a compresión uniaxial inclusive menor a 25 MPa.

Por otro lado, los resultados de Guidicini et al. (1973) dicen que para valores altos de σ_{ci} (*i.e.* mayores a 150 MPa) los resultados de este tipo de ensayo deberían manejarse con cierta reserva.

Cuadro 2.11. Ecuaciones de regresión de σ_{ci} con I_{s50}, compiladas por Suarez–Burgoa (2011).

Ecuación de σ_{ci} en [MPa]	Tipo de Roca	Referencia
$\sigma_{ci} = 15.3\, I_{s50} + 16.3$	todas	D'Andrea et al., 1964
$\sigma_{ci} = 20.7\, I_{s50} + 29.6$	todas	Deere & Miller, 1966
$\sigma_{ci} = 16\, I_{s50}$	todas	(Franklin. 1970) y Ghosh & Srivastava, 1991
$\sigma_{ci} = 24\, I_{s50}$	todas	Broch & Franklin, 1972
$\sigma_{ci} = 23\, I_{s50}$	todas	Bieniawski, 1975 y Tsiambaos & Sabatakakis, 2004
$\sigma_{ci} = 22\, I_{s50}$	todas	Brook, 1985
$\sigma_{ci} = (14 + 0.175\, D_e)\ I_{s50}$	todas, D_e en milímetros	Hoek & Brown, 1980
$\sigma_{ci} = 29\, I_{s50}$	todas	Hassani et al., 1980
$\sigma_{ci} = 16\, I_{s50}$	sedimentarias	Read et al., 1980
$\sigma_{ci} = 20\, I_{s50}$	basaltos	Read et al., 1980
$\sigma_{ci} = 18.7\, I_{s50} - 13.2$	todas	Singh, 1981
$\sigma_{ci} = 14.5\, I_{s50}$	todas	Foster, 1983
$\sigma_{ci} = 16.5\, I_{s50} + 51.0$	todas	Gunsallus & Kulhawy, 1984
$\sigma_{ci} = (20 \rightarrow 25)\ I_{s50}$	todas	ISRM, 1985
$\sigma_{ci} = (11 \rightarrow 14)\ I_{s50}$	todas	Seshagiri-Rao et al., 1987
$\sigma_{ci} = (8.6 \rightarrow 16)\ I_{s50}$	todas	González de Vallejo & Hijazo, 2007
$\sigma_{ci} = 23\, I_{s50} + 13$	todas	Cargill & Shakoor, 1990
$\sigma_{ci} = (14 \rightarrow 82)\ I_{s50}$	todas	Tsidzi, 1991
$\sigma_{ci} = 19\, I_{s50} + 12.7$	todas	Ulusay et al., 1994
$\sigma_{ci} = 12.5\, I_{s50}$	todas	Chau & Wong, 1996
$\sigma_{ci} = 14.3\, I_{s50}$	todas	Smith, 1997
$\sigma_{ci} = 8.41\, I_{s50} + 9.51$	todas	Kahraman, 2001
$\sigma_{ci} = 23.62\, I_{s50} - 2.69$	carbones	Kahraman, 2001
$\sigma_{ci} = 21.43\, I_{s50}$	lodolitas	Lashkaripour, 2002
$\sigma_{ci} = 24.4\, I_{s50}$	rocas fuertes	Quane & Russel, 2003
$\sigma_{ci} = 3.86\, I_{s50}^2 + 5.65\, I_{s50}$	rocas débiles	Quane & Russel, 2003
$\sigma_{ci} = 25.67\, I_{s50}^{0.57}$	todas	Grasso & Mahtab, 1992
$\sigma_{ci} = 9.30\, I_{s50} + 20.04$	todas	Grasso & Mahtab, 1992
$\sigma_{ci} = 7.3\, I_{s50}^{1.71}$	todas	Tsiambaos & Sabatakalis, 2004
$\sigma_{ci} = (8 \rightarrow 18)\ I_{s50}$	todas	Palchik & Hatzor, 2004
$\sigma_{ci} = 24.83\, I_{s50} - 39.6$	n <1 %	Kahraman et al., 2005
$\sigma_{ci} = 10.22\, I_{s50} + 24.31$	$n \geq$1 %	Kahraman et al., 2005
$\sigma_{ci} = (6.6817 \ln D_e - 3.09)\ I_{s50} + 24.31$	todas, D_e en milímetros	ASTM D5731-08, 2008
Nota: D_e es la distancia entre las dos puntas del equipo cuando la muestra está instalada o el diámetro equivalente en el caso de muestras que no son cilíndricas y que no fueron ensayadas diametralmente, este valor se especifica en milímetros; n es la porosidad del material rocoso que se ensaya, se especifica en porcentaje.		

La Figura 2.8 muestra las correlaciones del Cuadro 2.11. Se puede observar que para un valor de I_{s50} la variabilidad de posibles valores de σ_{ci} es muy amplia.

De este modo, para estimar la resistencia a compresión uniaxial en muestras de material rocoso, no es recomendable sólo ensayar éstas a carga de puntal simple, sin adicionalmente ensayar muestras a compresión uniaxial y determinar mediante análisis estadístico una posible y particular correlación expresada en ecuación empírica.

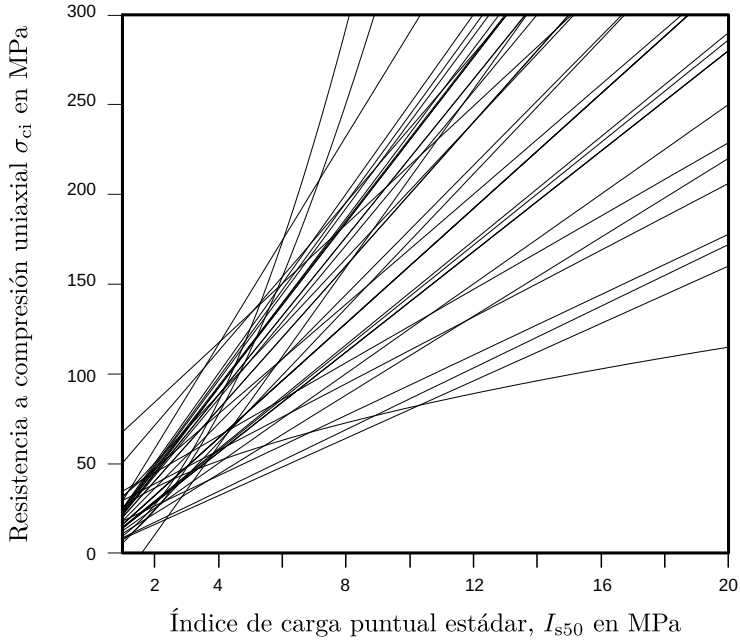


Figura 2.8. Variación de σ_{ci} con I_{s50} (Suarez–Burgoa, 2011).

Otras correlaciones de parámetros mecánicos del material rocoso se ha planteado a partir de este índice. Por ejemplo, se plantea que la resistencia a tracción directa del material rocoso σ_{ti} es 1.25 veces el I_{s50}.

Otra correlación para σ_{ti} es aquella planteada por un grupo de investigadores del Instituto de Investigaciones Tecnológicas de São Paulo (IPT), Brasil (Guidicini et al., 1973).

En este caso, la resistencia a compresión a tracción del material rocoso (σ_{ti}) es la que se muestra en la Ecuación 2.13, donde P es la carga aplicada y también D es la distancia entre los dos puntos de carga. Aconsejan hacer al menos diez ensayos para tener errores relativos inferiores a 20 % del valor promedio, con una confianza del 95 %.

$$\sigma_{ti} = \frac{P}{D^{\frac{3}{2}}}. \tag{2.13}$$

Para correlaciones con otras variables mecánicas se puede consultar Wijk (1978), Bearman (1999), Gunsallus & Kulhawy (1984) y Wang et al. (2020).

2.9 Ensayos de resistencia a compresión uniaxial

La *resistencia última a compresión uniaxial* (*UCS* de la sigla del inglés de *uniaxial compressive strength*) de un cuerpo de prueba de material rocoso es el valor del esfuerzo último registrado antes de producirse la falla, cuando éste es sometido a un esfuerzo paralelo al eje axial de la muestra que no está confinada. Este valor es sin duda el ensayo más usado e importante en cualquier investigación de mecánicas de rocas.

Dentro de las rutinas para realizar el ensayo de resistencia a compresión uniaxial se diferencia al menos tres tipos de ensayos.

1. Ensayo de compresión uniaxial inespecializado, debido a que sólo requiere alcanzar la rotura del cuerpo de prueba.
2. Ensayo de compresión uniaxial estándar especializado, llamada así porque los procedimientos son más exigentes y además porque tiene el objeto de obtener los parámetros de resistencia y deformación del material rocoso a distintos niveles críticos.
3. Ensayo de compresión uniaxial estándar, especializado y con curva de posrotura, igual al anterior pero con la necesidad de obtener la curva completa de esfuerzo–deformación.

Para estos tipos de ensayo se prepara los *cuerpos de prueba* de material rocoso de forma cilíndrica a partir de bloques de muestras o de núcleos extraídos de las perforaciones, tal como se describe en Suarez–Burgoa (2014). Este ensayo se restringe a aquellos materiales rocosos que son duros, irrompibles y que posibiliten su preparación.

En todos estos tipos de ensayos es importante reportar, si fuera el caso, el contenido de humedad del material rocoso en compañía del valor de la resistencia a compresión uniaxial, así como la forma y las dimensiones del cuerpo de prueba (*e.g.* el diámetro y relación diámetro–altura). Cuando no se tiene el dato del contenido de humedad del material rocoso en el momento de su extracción, caso de rocas sedimentarias, se ensaya el mismo a dos condiciones: condición seca y saturada; esto debido a que en especial en las *rocas débiles*, blandas o porosas el valor de resistencia depende mucho del contenido de humedad al que se encuentra durante el ensayo. Sin embargo, muchas rocas metamórficas y la mayoría de las ígneas retienen muy poco volumen de agua en su estructura respecto la cantidad de sólidos, por lo que la medida del contenido de humedad no tiene sentido hacerla.

En los ensayos hechos en cuerpos de prueba cilíndricos, se hace una corrección por esbeltez y tamaño del cuerpo de prueba. En los cuerpos de prueba donde la relación altura–diámetro ($H_{\mathrm{CP}} : D_{\mathrm{CP}}$) es menor a dos, se hace la corrección conocida como la *corrección de Protodyakonov*, Ecuación 2.14:

$$\sigma_{\mathrm{ci}} = \sigma^{*}_{\mathrm{ci}} \frac{1}{a + b\,\frac{H_{\mathrm{CP}}}{D_{\mathrm{CP}}}}; \tag{2.14}$$

donde σ^{*}_{ci} es el esfuerzo medido por el equipo y σ_{ci} es el esfuerzo corregido; las constantes a y b varían de acuerdo con diferentes autores (Cuadro 2.12).

Cuadro 2.12. Constantes para la corrección de Protodyakonov.

a	b	**Referencia**
0.880	0.240	ASTM D-2938
0.778	0.222	Obert (1962)

2.9.1 Ensayo inespecializado

Los resultados obtenidos de un ensayo de compresión uniaxial inespecializado en material rocoso da sólo una idea de la competencia de la estructura del material.

La falla del cuerpo de prueba según este procedimiento, muchas veces puede ser violenta, porque normalmente se falla en prensas poco rígidas como las prensas para el ensayo de cilindros de hormigón. Para prevenir accidentes a causa de fragmentos de roca es recomendable colocar una malla de protección alrededor de la muestra o estar equipado con lentes de seguridad y delantal de cuero.

La resistencia a compresión uniaxial se calcula con la máxima carga de compresión alcanzada durante el ensayo (P) y con el área de la sección transversal del cuerpo de prueba registrada al inicio del ensayo (a), Ecuación 2.15. No se hace la corrección de área como se está acostumbrado en muestras de suelo, esto porque la deformación diametral en el cuerpo de prueba de la roca es por el orden de las milésimas a millonésimas y además ni se la mide:

$$\sigma_{\mathrm{ci}} = \frac{P}{a}; \tag{2.15}$$

donde $a = \frac{\pi}{2} d_{\mathrm{o}}^2$ y d_{o} es el diámetro inicial de la muestra.

El ensayo se ejecuta en prensas no controladas por *servos*, prensas de baja rigidez, con cuerpos de prueba sin altas exigencias de precisión geométrica y no instrumentados para la medida de deformaciones. Como se dijo, en la mayoría de las veces se usa prensas de ensayos mecánicos de hormigón con alta producción, por lo que es muy atractivo para ensayar grandes volúmenes de muestras.

Sin embargo, este ensayo inespecializado sólo da valores referenciales y de baja calidad (muchas veces más bajos de los reales) y sacrifica cuerpos de prueba que pueden ser mejor preparados y aprovechados en el ensayo de compresión uniaxial estándar especializado. Por estas razones, se recomienda evitar o definitivamente no realizar este tipo de ensayo.

El ensayo se puede realizar con base a muy pocas de las recomendaciones de la norma ASTM D-2938 o el método sugerido por la ISRM. Sin embargo, no es un reflejo del cumplimiento total de la norma y no es un ensayo estándar.

2.9.2 Ensayo estándar especializado

El ensayo de resistencia a compresión uniaxial estándar especializado se usa para determinar, además de la resistencia a compresión uniaxial del material rocoso, las curvas esfuerzos *vs.* deformaciones del material; por ende: su módulo de Young o de deformación elástica (E) y la relación de Poisson (ν), que posibilita la clasificación y caracterización del material rocoso desde el punto de vista mecánico. Éste sí está regido según las recomendaciones de de la norma ASTM D-2938 o el método sugerido por la ISRM.

Para lograr el ensayo de forma satisfactoria, se tiene que poseer de una *prensa de alta rigidez* que posibilite controlar el estado de

deformaciones previo a la rotura. En la superficie de los núcleos se tiene que pegar *galgas extensométricas* (*strain gauges*) o medidores de cambio de longitud dispuestos paralelos a la longitud y entre el diámetro de la muestra (Figura 2.9), conectados a un equipo de adquisición de datos continuo y acoplado al transductor que lee la fuerza axial aplicada (Suarez–Burgoa, 2014).

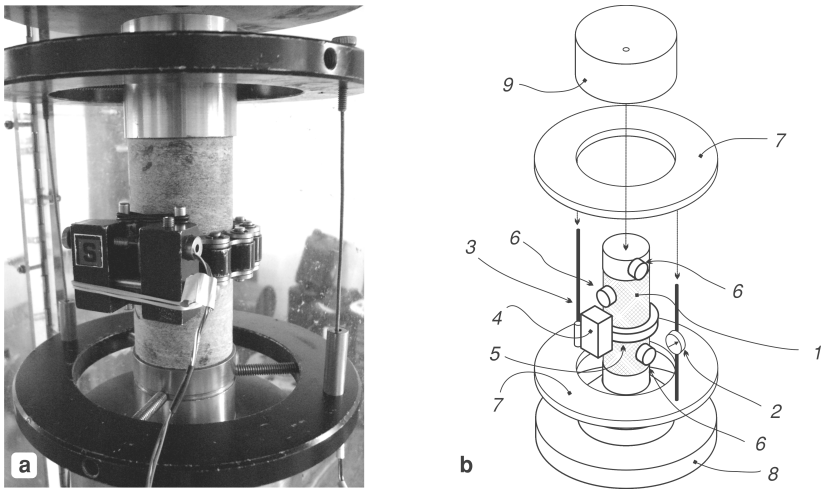


Figura 2.9. Cuerpo de prueba con la instrumentación de medida de la deformación del material para el ensayo de compresión uniaxial estándar especializado (Tomado de Suarez–Burgoa, 2014). **a** Fotografía; **b** esquema: *1* cuerpo de prueba, *2* transductor de desplazamiento vertical, *3* soporte del transductor, *4* transductor de cambio de longitud diametral, *5* cadena, *6* sensor de emisiones acústicas, *7* soportes, *8* base, *9* placa de carga tipo rótula.

2.9.3 Ensayo especializado con curva de posrotura

Para lograr el ensayo de resistencia a compresión uniaxial especializado con curva de posrotura es necesario tener una prensa rígida como el anterior caso, pero adicionalmente *servocontrolada*. Con esto es posible tener gran información acerca del comportamiento mecánico del material rocoso, como ser:

- curva esfuerzo axial *vs.* deformación axial;
- curva esfuerzo axial *vs.* deformación radial o diametral;
- curva esfuerzo axial *vs.* deformación volumétrica;
- resistencia a compresión uniaxial máxima.

Lo más importante en este ensayo es el obtener la curva posrotura sin colapso de la muestra incluso después de haber alcanzado si resistencia máxima.

Tanto en el ensayo estándar especializado como en este de posrotura, las *variables de cálculo de cuarto orden* que son los *umbrales de daño de prerotura* en el material se estiman a partir de las relaciones de la deformación volumétrica.

2.9.4 Interpretación de los datos de laboratorio

2.9.4.1 Variables antes del ensayo

Previo al ensayo se tiene que tomar las medidas del diámetro de la muestra d_o y su altura l_o en milímetros. El diámetro del cuerpo de prueba se mide a tres alturas y las alturas se mide en tres líneas generatrices. Con d_o se calcula a_o y la circunferencia inicial c_o, con las expresiones

$$a_\mathrm{o} = \frac{\pi}{4} d_\mathrm{o}^2, \tag{2.16}$$

$$c_\mathrm{o} = \pi d_\mathrm{o}. \tag{2.17}$$

2.9.4.2 Variables durante el ensayo

Durante el ensayo se registra las siguientes variables de primer orden: el tiempo t, en segundos; la fuerza axial p, en kilonewtons; el cambio de la longitud axial Δl, en micras; el cambio en la circunferencia Δc, también en micras.

2.9.4.3 Reducción de variables

En ensayos controlados por deformación, sea axial y especialmente diametral, en *máquina servocontrolada* generan muchas lecturas para una prueba (*i.e.* por el orden de las 5000 lecturas por canal).

Cuando se desea hacer la interpretación, la nube de puntos es tan densa que no es posible calcular ni siquiera por métodos automatizados.

De este modo, se recomienda hacer un suavizado de la curva, que es una forma de reducir los datos; el *suavizado de la curva* no puede hacerse con pares de variables por separado: por ejemplo, no se puede suavizar el par de variables del acortamiento axial con la fuerza axial sin tomar en cuenta el acortamiento radial, porque este tipo de ensayo, con las variables así tomadas, es un problema de *análisis de datos multivariado*.

Esto se puede resolver con métodos que no son paramétricos para dos dimensiones dado en forma general por

$$f = S(\Delta l, \Delta d) + \delta. \tag{2.18}$$

La variable f es la fuerza axial, las variables Δl y Δd son los acortamientos axial y diamtral de forma respectiva. El error δ es el que se quiere minimizar por medio de la función S.

Para este caso multivariado se recomienda emplear los siguientes métodos:

- el de los promedios móviles (*running means method*);
- el suavizador kernel;
- los suavizadores por splines;
- del algoritmo de retrollenado (*backfitting algorithm*) con un suavizador móvil de línea.

Si no se mide uno de los acortamientos, el problema se reduce a un método de *suavizado bivariado*, donde se recomienda al menos dos formas de reducir las lecturas sin perder el comportamiento que se desea conocer de los datos leídos; esto son.

1. Reducción de datos mediante un remuestreo aleatorio a un dado *factor de reducción* f_r, que es la relación del número de datos reducidos por el número de datos totales.
2. Suavizado de datos mediante una regresión local LOWESS (del acrónimo en inglés de *locally weighted scatterplot smoothing*).

2.9.4.4 Variables después del ensayo

Variables de segundo orden

Luego reducir los datos, se calcula las variables de segundo orden, que son: el esfuerzo axial (σ_a), en megapascales; las deformaciones axial (ϵ_a), circunferencial (ϵ_c) o diametral (ϵ_d), en micras sobre metro; el área inicial (a_o), en milímetros al cuadrado; la deformación volumétrica (ϵ_v), en micras sobre metro.

La micra sobre metro y el *microstrain*

La relación de unidades de micra sobre metro es llamada en ingeniería *microstrain*. Si bien esta unidad no es estándar ni oficial del sistema de unidades internacional, en ingeniería de instrumentación y materiales se usa para el valor unitario de unidades; en este sentido: "10^6 microstrain es equivalente a un *metro sobre metro*."; *i.e.*

$$1\ [\mu\mathrm{strain}] \equiv 10^{-6}\ \frac{[\mathrm{m}]}{[\mathrm{m}]}$$

Otra regla de equivalencia útil que ayudará a resolver problemas con esta medida de deformación es que

$$1\ \frac{[\mathrm{MPa}]}{[\mu\mathrm{strain}]} \equiv 1\ [\mathrm{GPa}].$$

Por ordenes de magnitud de valores en rocas, se espera que las deformaciones axiales de rocas frágiles, rígidas con alta resistencia a compresión uniaxial estén por el orden de los miles de microstrains; las rocas dúctiles, deformables con bajas resistencias a compresión uniaxial por el orden de las centenas hasta decenas de microstrains.

Las deformaciones diametrales pueden ser 10 a 100 veces menos deformables que las reportadas axialmente.

El área inicial se calcula con

$$a_\mathrm{o} = \frac{\pi}{4} d_\mathrm{o}^2. \tag{2.19}$$

El área corregida no se calcula en mecánica de rocas, a no ser que la roca sea un suelo rígido con resistencia a compresión uniaxial mayor al un megapascal, entonces se usa la siguiente ecuación.

$$a = (1 + \epsilon_{\mathrm{d}})^2 a_{\mathrm{o}}. \tag{2.20}$$

El esfuerzo de compresión σ se calcula como:

$$\sigma = \frac{P}{a}; \tag{2.21}$$

donde P, es la fuerza de compresión sobre la muestra y a es el área inicial o corregida de la sección transversal; donde en este procedimiento de prueba, los esfuerzos de compresión y las deformaciones de acortamiento son asumidos positivos.

La deformación axial (ϵ_a) se calcula como:

$$\epsilon_{\mathrm{a}} = \frac{\Delta l}{l_0}; \tag{2.22}$$

donde Δl, es el cambio en la longitud axial medida (positivo para una disminución de la longitud axial) y l_0 la longitud de la muestra antes de la carga.

La deformación diametral se determina por medición de los cambios en el diámetro del cuerpo de prueba o midiendo la deformación circunferencial. En el caso de la medición de los cambios en el diámetro, la deformación diametral (ϵ_{d}) se calcula como:

$$\epsilon_{\mathrm{d}} = \frac{\Delta d}{d_0}; \tag{2.23}$$

donde Δd es el cambio en el diámetro (negativo para un aumento en el diámetro) y d_0 el diámetro del cuerpo de prueba antes de la carga.

En el caso de que se mida la deformación circunferencial (ϵ_{d}), la circunferencia es $C = \pi\, d$; de este modo, el cambio en la circunferencia es $\Delta C = \pi\, \Delta d$. La deformación circunferencial (ϵ_{c}) es

$$\epsilon_{\mathrm{c}} = \frac{\Delta C}{C_{\mathrm{o}}} = \frac{\Delta C}{\pi\, d_0}; \tag{2.24}$$

donde C_{o} es la circunferencia original del cuerpo de prueba.

La deformación circunferencial (ϵ_{c}) es por tanto igual en magnitud a la deformación diametral (ϵ_{d}), debido a que

$$\epsilon_{\mathrm{c}} = \frac{\Delta C}{\pi\, d_0} = \frac{\pi\, \Delta d}{\pi\, d_0} = \frac{\Delta d}{d_0} = \epsilon_{\mathrm{d}}. \tag{2.25}$$

Variables de tercer orden

Las variables de tercer orden a calcular son: el módulo tangente de deformación al 50 % de la resistencia máxima ($E_{\mathrm{t},50}$), en gigapascales, la razón del esfuerzo axial con la deformación diametral en gigapascales; el módulo de deformación secante al 50 % de la resistencia máxima ($E_{\mathrm{s},50}$), también en gigapascales y la *relación de Poisson* (ν).

El *módulo de Young* E de la roca se define como la razón del cambio en el esfuerzo axial respecto el cambio de la deformación axial, esto causado por la deformación axial. Este módulo, por lo general, se asocia con la porción máxima de la curva completa de esfuerzo–deformación, pero ella también puede determinarse en la región de la posrotura. En las regiones de prerotura y posrotura el módulo puede calcularse usando cualquiera de los varios métodos que se emplean y son aceptados en la práctica de la ingeniería, como se describe abajo.

Los métodos más comunes para establecer el valor del módulo de Young son los siguientes.

1. El módulo de Young tangente E_{t} que se mide en el nivel donde es un porcentaje fijo de la resistencia última. Se toma por lo general a un nivel de esfuerzo igual al 50 % de la resistencia a compresión uniaxial. La resistencia compresiva es el esfuerzo máximo que aguanta el cuerpo de prueba.
2. El módulo de Young promedio E_{av} se determina a partir del promedio de las pendientes de la porción más o menos lineal de la curva de esfuerzo–deformación axial.
3. El módulo de Young secante E_{s} se mide por lo general para un esfuerzo nulo a algún porcentaje de la resistencia a compresión, por lo general a 50 %.

El módulo de Young axial (E) se expresa en unidades de esfuerzo, *i.e.* pascal (Pa), pero el múltiplo más apropiado es el gigapascal (GPa =10^9 Pa).

Si denotamos como H a la pendiente de la curva diametral, la relación de Poisson ν se calcula como:

$$\nu = -\frac{E}{H}; \tag{2.26}$$

donde la pendiente de la curva diametral se calcula de la misma forma que cualquiera de las tres formas que se discutió arriba para el módulo de Young. Observe que la *relación de Poisson* en esta ecuación tiene un valor positivo mientras que la pendiente de la curva diametral es negativa por las convenciones usadas en este procedimiento: “incremento de deformación es negativo”.

La deformación volumétrica (ϵ_{v}) para un dado nivel de esfuerzos es

$$\epsilon_{\mathrm{v}} = \epsilon_{\mathrm{a}} + 2\epsilon_{\mathrm{c}}. \tag{2.27}$$

Cálculo numérico del módulo de deformación tangente

El módulo tangente es más complicado de calcular que el módulo secante cuando se tiene una serie de datos de esfuerzo de compresión axial *versus* deformación axial y serie de datos de esfuerzo de compresión axial *versus* deformación diametral; esto porque no se trata de encontrar la pendiente de una línea que está unida por dos puntos (como lo es en el caso de módulo de deformación secante) sino que se necesita encontrar un recta tangente a la serie de puntos que forma una curva. Se puede encarar este problema por dos posibles alternativas.

Diferenciación numérica

Si se asume (además si se logra a partir de las lecturas reales) que en el intervalo elástico la relación del esfuerzo de compresión axial con la deformación axial o diametral está dada por una función continua y monotónica ($f(\epsilon)$); entonces la pendiente en un punto dado (ϵ) dentro de esa curva se puede obtener a partir de una *diferenciación numérica* de f dado por

$$\frac{\mathrm{d}f}{\mathrm{d}\epsilon} \approx \frac{f(\epsilon^o + \delta\epsilon) - f(\epsilon^o)}{\delta\epsilon}; \tag{2.28}$$

donde ϵ^o es el valor de la variable independiente (en este caso de la deformación) donde se desea encontrar la pendiente; $\delta\epsilon$ es un pequeño incremento o decremento a partir de ϵ^o. Mientras menor es el valor de $\delta\epsilon$ más exacta será la solución.

Ajuste a un polinomio seguido de diferenciación analítica

Por lo normal, en el intervalo elástico, los puntos registrados en las lecturas pueden ajustarse hasta con un *polinomio de tercer orden* (mejor si de segundo grado). Si se logra ajustar con muy buena aproximación las lecturas reales y debido a que se conoce la expresión general de un polinomio en su forma canónica de una combinación lineal de monomios, entonces es posible obtener la derivada de esa función de forma analítica. En el punto deseado, donde se quiere que la tangente esté ubicada, se encuentra la pendiente de la curva por reemplazo directo en la expresión analítica de la derivada del polinomio escogido.

Variables de cuarto orden

Con las variables de segundo y tercer orden se tiene que calcular las deformaciones elásticas y las deformaciones debido a la formación de fisuras durante el ensayo;es to para las direcciones axial, diametral y para la deformación volumétrica. Con esto se tendría las siguiente seis nuevas variables.

1. Deformación axial elástica, ϵ_{ae}.
2. Deformación axial de fisuras (subíndice *c* de *crack*), ϵ_{ac}.
3. Deformación diametral elástica, ϵ_{de}.
4. Deformación diametral de fisuras, ϵ_{dc}.
5. Deformación volumétrica elástica, ϵ_{ve}.

6. Deformación volumétrica de fisuras, ϵ_{vc}.

Estas deformaciones se calculan del siguiente modo:

$$\begin{aligned}
\epsilon_{\mathrm{ae}} &= \frac{\sigma_{\mathrm{c}}}{E_{\mathrm{t}}};\\
\epsilon_{\mathrm{ac}} &= \epsilon_{\mathrm{a}} - \epsilon_{\mathrm{ae}};\\
\epsilon_{\mathrm{de}} &= -\frac{\nu_{\mathrm{t}}}{E_{\mathrm{t}}}\sigma_{\mathrm{c}};\\
\epsilon_{\mathrm{dc}} &= \epsilon_{\mathrm{d}} - \epsilon_{\mathrm{de}};\\
\epsilon_{\mathrm{ve}} &= \frac{1-2\nu_{\mathrm{t}}}{E_{\mathrm{t}}}\sigma_{\mathrm{c}};\\
\epsilon_{\mathrm{vc}} &= \epsilon_{\mathrm{v}} - \epsilon_{\mathrm{ve}}.
\end{aligned} \tag{2.29}$$

Gráfica completa de esfuerzo y deformaciones

Se prepara una gráfica donde se visualiza todas las variables medidas en el ensayo de resistencia a compresión uniaxial; esta que se la denomina *gráfica completa*. La característica es que en una gráfica superior se pone la primera gráfica, donde en el eje de abscisas se coloca la deformación axial (positivo) y la deformación diametral (negativo); así en la misma escala numérica la deformación volumétrica. Como ordenadas se colocan los esfuerzo axiales correspondientes. En las segunda gráfica debajo de la otra, en el lado que corresponde a las deformaciones axiales positivas de las abscisas de la gráfica superior, se coloca nuevamente las deformaciones axiales; pero en las ordenadas se coloca las tres deformaciones volumétricas: total, elástica y de fisuras; *i.e.* ϵ_{v}, ϵ_{ve} y ϵ_{vc}.

En la Figura 2.10 se observa esta gráfica para el caso de un ensayo de compresión uniaxial realizado en un Neis.

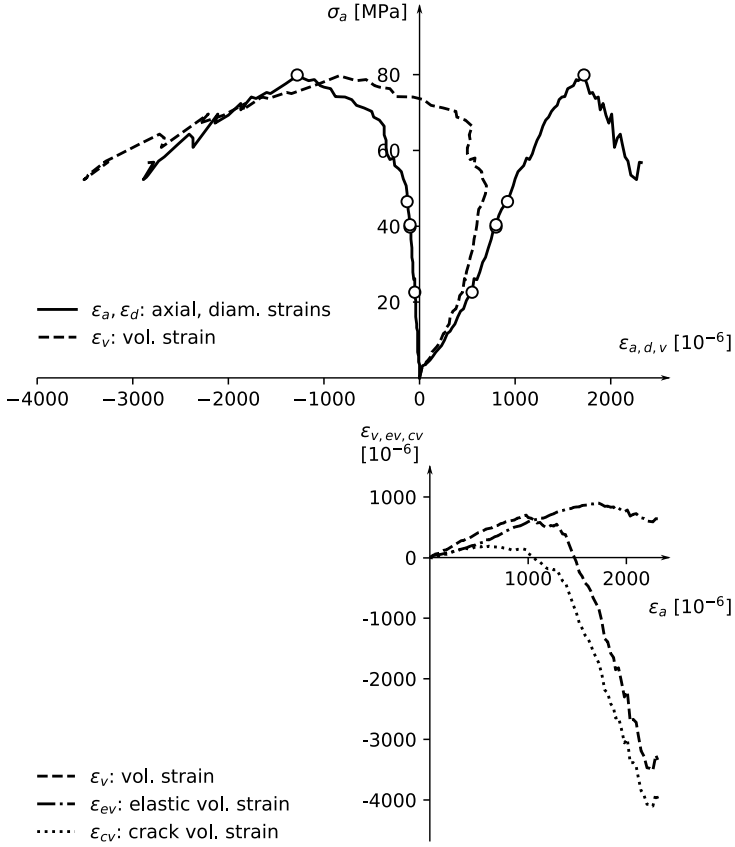


Figura 2.10. Curva completa de esfuerzo y deformaciones, Neis Cuarzo Feldespático de la casa de máquinas de la hidroeléctrica Porce-III–Colombia (Modificado de Suarez-Burgoa, 2008).

Variables de quinto orden

Las variables especializadas de quinto que se pueden estimar son las correspondientes a los *umbrales de daño de prerotura*. Estas se logran a partir del gráfico de la Figura 2.10 obtenida anteiormente y siguiendo el procedimiento sugerido por Fairhurst & Hudson (1999); estas variables son las siguientes, en caso de ser posible encontrarlas.

1. Resistencia a compresión uniaxial residual;
2. Esfuerzo de cierre de fisuras;
3. Esfuerzo de inicio de propagación de fisuras;
4. Esfuerzo al inicio de *coalescencia* del material;
5. Esfuerzos del rango elástico;
6. Ángulo de dilatancia del material.

El término *coalescencia* es un anglicismos de la palabra en Inglés de *coalescence*. La palabra en español que más se acerca es *concentración*. En el contexto que se está hablando se refiere a la fase del estado del material rocoso antes de la falla, donde las microfisuras se han propagado totalmente formando una discretización en partículas del material rocoso, pero que aún mantienen una cierta unión (concentración) de estas.

Normalmente, las medidas de *emisiones acústicas* ayudan a determinar los umbrales de daño de prerotura. La deformación axial elástica, las deformaciones axial de cierre y propagación de fisuras, la deformación diametral elástica, la deformación volumétrica elástica, la deformación volumétrica de fisuras; todas ellas expresadas en micras por micra, llamado en ingeniería *microstrain*.

2.10 Ensayo de resistencia a compresión triaxial axisimétrico

El ensayo de resistencia a compresión triaxial axisimétrico es el siguiente caso de estado de esfuerzos al que se somete un cuerpo de prueba después del uniaxial. El esfuerzo principal mayor en ese estado es el que se le provee al cuerpo de prueba con el pistón de carga en forma vertical y paralelo al eje axial, normalmente a través de un gato hidráulico. Los dos restantes esfuerzos, que son horizontales y perpendiculares entre sí, se provee mediante una cámara con aceite hidráulico; de este modo, las magnitudes de estos dos esfuerzos principales son iguales entre sí y también iguales a la presión del aceite hidráulico dentro de la cámara.

La Figura 2.11 muestra dos tipos de celdas triaxiales para el caso axisimétrico. Con estas celdas se puede realizar ensayos estándar y multietapas, como se describe a continuación.

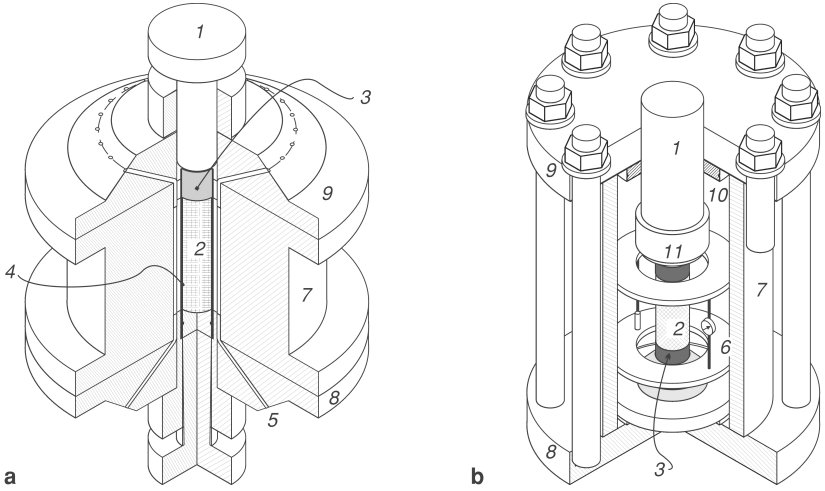


Figura 2.11. Celdas para el ensayo triaxial axisimétrico (Tomado de Suarez–Burgoa, 2014). **a** Sin capacidades de instrumentar el cuerpo de prueba pero para altas presiones de confinamiento, usado en tectónica; **b** con capacidad de instrumentar el cuerpo de prueba pero para bajas presiones de confinamiento, usado en ingeniería: *1* Pistón, *2* Cuerpo de prueba, *3* placas de carga, *4* membrana, *5* conductos de aceite hidráulico, *6* deformímetro axial, *7* cuerpo de la celda, *8* y *9* tapas inferior y superior, *10* receptáculo o cámara, *11* rótula.

2.10.1 Triaxial estándar axisimétrico

El ensayo triaxial estándar axisimétrico fue introducido por Von-Karman en 1911 dentro del campo de la mecánica general. Los actuales equipos de ensayo triaxial estándar axisimétrico pueden alcanzar esfuerzos de cámara de 200 MPa a 700 MPa. A pesar de las limitaciones que ofrece el sólo obtener la resistencia triaxial bidimensional, aún comprender el comportamiento y propiedades del material rocoso es útil para los investigadores e ingenieros.

Por ejemplo, este ensayo posibilitó descubrir la transición entre el estado frágil y dúctil del material rocoso en función a la presión de confinamiento y la temperatura. También posibilitó analizar los efectos de la presión intersticial en la resistencia última del material rocoso, posibilitó ver los fenómenos de dilatancia, la fisuración frágil a compresión u otros muchos fenómenos que hoy en día son fundamento de la mecánica de rocas.

2.10.2 Triaxial multietapas axisimétrico

El ensayo triaxial axisimétrico multietapas en muestras de material rocoso tiene el objeto de producir una envolvente de resistencia máxima del material. Esto disminuye la necesidad de ejecutar muchos ensayos triaxiales sencillos de muestras individuales. Este ensayo también se denomina *ensayo triaxial escalonado*.

A pesar de la economía que brinda este procedimiento, se observó que la muestra ensayada por este procedimiento sufre un daño progresivo cuando ésta es cargada al esfuerzo crítico de cada etapa. De este modo, existe una subestimación de la resistencia global del material a medida que se incrementa las etapas.

Por tanto, se investigó con más detalle la degradación que sufría el material rocoso cuando se sometía al procedimiento propuesto para este ensayo (Brodrick & Harrison, 2009). Como resultado de esta investigación, se propuso un nuevo procedimiento que se basa en la identificación del punto de inicio del daño del material rocoso a través de medidas de emisiones acústicas. Los resultados mostraron que según un apropiado análisis y con el empleo del nuevo procedimiento, es posible identificar la envolvente de la resistencia máxima del material rocoso en forma similar al que se podría obtener de haberse realizado los ensayos según el procedimiento simple de ensayos en cada cuerpo de prueba.

La Figura 2.12, muestra las curvas *esfuerzo axial vs. deformación axial* obtenidas con el método estándar, según el nuevo procedimiento multietapas y según el procedimiento multietapas antiguo. Se observa gran semejanza entre los resultados de los dos primeros mencionados métodos de ensayo.

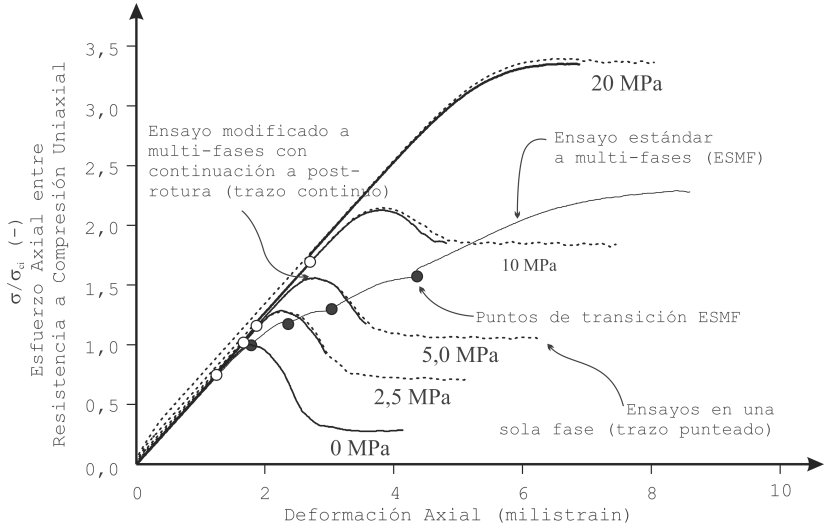


Figura 2.12. Curvas esfuerzo *vs.* deformación axial en el ensayo triaxial axisimétrico multietapas: ○ valores del ensayo multifases; ● valores del ensayo estándar a multifases (Modificado de Brodrick & Harrison, 2009).

2.11 Ensayo de resistencia a tracción simple

La *resistencia a tensión o tracción uniaxal* es el máximo esfuerzo que soporta el material ante la rotura por tracción uniaxial pura; de este modo, el ensayo de tracción directa (DPT: *Direct Pull Test*) es el ensayo ideal para obtener este parámetro de resistencia. Se obtiene mediante un ensayo de laboratorio que aplica *fuerzas distensivas* en un cuerpo de prueba cilíndrico de material rocoso. El cálculo del valor final se obtiene mediante la Ecuación 2.30, donde T es la fuerza de tracción aplicada y a_{o} el área inicial de la sección transversal del núcleo:

$$\sigma_{\mathrm{ti}} = \frac{T}{a_{\mathrm{o}}}. \tag{2.30}$$

Este ensayo está normalizado según la ASTM D2936. En este ensayo se asume que el estado de esfuerzos es uniaxial y uniforme en el área; no obstante, esta suposición no es tan fácil de cumplirla en laboratorio y el resultado de la resistencia a tracción resulta siendo impreciso (Coviello et al., 2005).

La concentración de esfuerzos en las mandíbulas del equipo que agarra la muestra puede ser la responsable de una falla temprana en la muestra, si ésta se presenta cerca de las mandíbulas. Asimismo, si la falla ocurre alejada de los bordes (*i.e.* en la parte central de la muestra) el estado de esfuerzos puede que no sea uniforme en toda la sección transversal, debido a las imperfecciones geométricas, la imprecisión en las alienaciones y la falta de paralelismo entre la muestra y el eje de carga que introducen momentos flectores. De este modo, la preparación de las muestras para el ensayo de tracción directa son consideradas costosas para alcanzar una lata precisión geométrica (Butenuth et al. 1993, Hawkens & Mellor, 1970).

Estudios se ha ejecutado con el fin de reducir la dispersión de los resultados asociados con la ejecución práctica de los ensayos de tracción directa. Se han empleado conectores de bisagra puntual (*pin-hinged connection*) entre las mandíbulas de la muestra y el aparato de carga con el objeto de reducir los momentos flectores inducidos por las imperfecciones geométricas y desalineaciones de la muestra. También se ha propuesto diversos métodos para sujetar las muestras. La Figura 2.13 muestra dos soluciones propuestas por dos autores por separado.

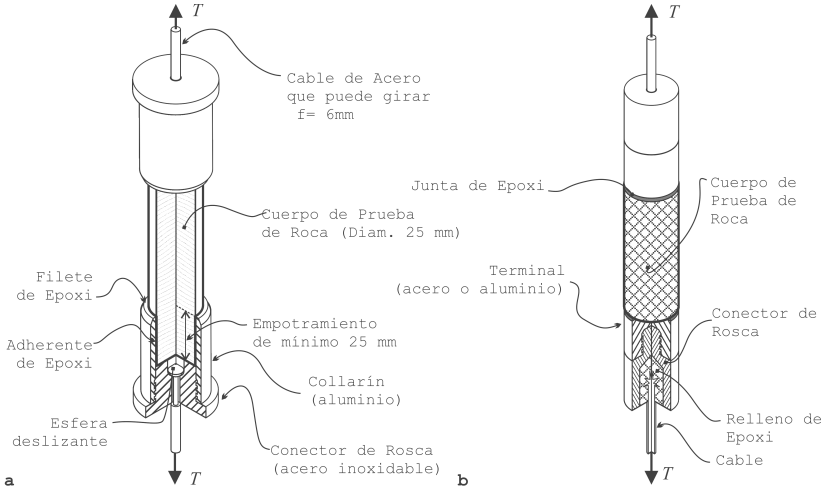


Figura 2.13. Formas de sujetar la muestra con las mordazas de la prensa de tracción. **a** Según Obert et al. (1946) y Hawkes & Mellor (1970), los extremos de la muestra están pegadas a collarines donde éstos últimos están luego conectados a la prensa de tracción a través de juntas esféricas deslizantes y un cable que rota con el fin de evitar la torsión de la muestra durante el ensayo; **b** según Fairfurst (1961), las tapas metálicas son pegadas con cemento epóxico a las bases de la muestra.

Dentro de las tres formas de sujetar las muestras, la propuesta por Fairfurst (1961) induce la menor alteración de esfuerzos y es recomendado por la ISRM.

En otros métodos no estándares, para forzar que la fractura se produzca en la parte central de la muestra (*i.e.* lejos de la concentración de esfuerzos) se propone preparar la muestra en forma de *mancorna*, también llamado muestra tipo *hueso de perro* o hacer una muesca en la superficie de la muestra. La primera solución necesita mayor precisión en la preparación de la muestra, donde en el caso de muestras débiles no es muy sencillo completar; en el segundo caso, ese trabajo introduce en la muestra concentraciones de esfuerzos, donde es necesario hacer suposiciones teóricas para la correcta interpretación de los resultados.

Capítulo 3
Discontinuidades

3.1 Definición

La *discontinuidad* es una superficie abierta de extensión finita, de baja ondulación y que tiene una forma irregular; además, está orientada y distribuida con cierta regularidad en el espacio dentro del macizo rocoso (Rocha, 1973). También la definen a la discontinuidad como una separación presente en el material rocoso, donde dos de sus dimensiones espaciales son varias veces mayores en magnitud que la tercera dimensión, ésta última que se denomina *espesor* (Dershowitz & Einstein, 1988).

Sin embargo, las definiciones de arriba son geométricas; desde el punto de vista mecánico, una *discontinuidad* es aquella superficie que carece o tiene muy baja resistencia mecánica de tracción (distensión) respecto a la resistencia a compresión de la roca.

Las discontinuidades son indudablemente el resultado de un proceso mecánico y causantes de otros nuevos procesos de esta naturaleza. Ellas dan lugar a planos o zonas de debilidad, donde las resistencias a tracción y al esfuerzo cortante son bajas o nulas, el módulo de deformación disminuye y/o la permeabilidad del terreno aumenta (Deere et al., 1969).

La discontinuidad es el término colectivo definido para todas las juntas, foliaciones, planos de estratificación, fracturas y fallamientos (entre otras facciones de esta naturaleza); éstas se denominan *singularidades estructurales* de las discontinuidades, donde el Cuadro 3.1 engloba posiblemente todas.

Cuadro 3.1. Nomenclatura de los tipos de discontinuidades.

Nombre	Símbolo
zona de falla	fz
falla	f
junta	j
clivaje	cl
esquistocidad	sch
corte	shr
fisura	fs
rotura de tensión	tr
foliación o laminación	fl
estratificación	b
diaclasa	dc
estilolito	es
contacto	co

3.2 Nombres relativos

Algunas veces a la discontinuidad se la denomina *plano de debilidad*. En un macizo rocoso, alrededor del 99 % de las discontinuidades son de origen natural, solo un 1 % puede atribuirse de origen inducido por actividad humana, como ser voladuras.

Algunos autores hablan de *discontinuidades omnipresentes* (*i.e. ubiquitous discontinuities*) para expresar que las discontinuidades están presentes en todo el macizo rocoso. Según su distribución espacial y frecuencia, los contactos, algunos diques y algunas fallas no son omnipresentes, ya que estos son casos aislados y no se están distribuyendo en todo el macizo rocoso ni tienen alta *persistencia*; además, según ciertas condiciones pueden o no representar una superficie de debilitamiento dentro del macizo rocoso.

Una *junta* es una rotura de origen geológico a lo largo de la continuidad de un cuerpo de roca, donde no se ha observado un desplazamiento visible. Un grupo de juntas paralelas se llama una *clase* y las *clases de juntas* interceptan para formar un *sistema de juntas*. Las juntas pueden ser abiertas, rellenas o curadas (*i.e.* cicatrizadas). Las juntas frecuentemente se forman paralelamente a los planos de estratificación, foliación y clivaje; pueden ser denominadas *juntas de estratificación*, *juntas de foliación* y *juntas de clivaje*, respectivamente. Una junta separa una unidad de material rocoso en dos partes. Las juntas varían grandemente en apariencia, dimensiones, arreglos y están ubicadas en cualquier ambiente tectónico (Mandl, 2005).

Una *vena* o *dique* es una junta (generalmente aislada) cuyo relleno tiene minerales precipitados. También se denominan *juntas mineralizadas* y corresponden a las *juntas curadas*. En muchos de los casos, estas juntas curadas tienen mejor desempeño mecánico que el material rocoso: tienen mayores resistencias mecánicas a compresión, tracción y corte; son impermeables; se deforman menos normal- y tangencialmente. De esta forma, siendo estrictos con la *definición mecánica de discontinuidades*, al no ser estas de menor desempeño mecánico que el material rocoso, estas no se deben considerar en el análisis mecánico, pero sí deben ser identificadas, caracterizadas e informadas.

Una *falla* (*fault*) en forma general, es una fractura a lo largo de la cual se observa un desplazamiento reconocible. Para el lenguaje de la mecánica de rocas se debe diferenciar en términos más específicos de acuerdo a su escala. En el idioma castellano, el sustantivo *falla* es la traducción posible de tres o más términos del idioma inglés (*fault*, *failure*, *faulting*), siendo estos términos similares pero con diferencias conceptuales en diferentes campos relacionadas a la geología. Para el término *failure* es preferible referirse a *falla por rotura*. En mecánica de rocas es preferible en castellano referirse al concepto descrito como *fractura de falla*.

Una *dislocación* es una fractura de falla a lo largo de la cual se observa un desplazamiento reconocible del orden de los centímetros. En la dislocación es posible observar una superficie (plana o no) de desplazamiento de corte. Las paredes entre este elemento son rugosas y su abertura puede ser del orden de centésimas de milímetros a milímetros. Perpendicular a la superficie de dislocación se puede presentar superficies fracturadas que se denominan *estrías*. Se puede denominar *zona de dislocaciones* a un volumen de masa rocosa que presenta varios de estos elementos cercanos entre sí y no separados a más de la extensión promedio de las dislocaciones que la agrupan.

La cizalla (*faulting*) es una fractura de falla a lo largo de la cual se observa un desplazamiento del orden de los metros a centenas de metros, con dislocaciones adyacentes orientadas paralelamente o

perpendicularmente a la fractura principal. Por ser una estructura más compleja, es más difícil de describirla. Las superficies de desplazamiento de corte pueden ser del orden de los milímetros a centímetros y pueden o no tener un relleno. Las paredes de las superficies de desplazamiento de corte pueden presentar cierto grado de fragmentación por la presencia de *planos de estrías* persistentes en tres planos perpendiculares entre sí, cierto grado de meteorización, así como de rellenos de material muy fino si existe transporte por agua subterránea. Una *zona de cizallas* es un volumen de masa rocosa que presenta cizallas muy cercanas entre sí. Podría agruparse si están separadas a menos de la mitad de la extensión promedio de las cizallas que la agrupan.

La *falla local* puede ser una fractura o una familia de fracturas de falla que se extiende a lo largo de cientos de metros; es una definición más cercana a la *zona de falla* geológica, pero se le da una preferencia de una escala menor, del orden mesoscópico más que macroscópico. Por ser una estructura más compleja ésta está compuesta por zonas de cizalla y zonas de dislocaciones orientadas aleatoriamente; sin embargo, se debe reconocer la orientación de la superficie predominante. Las paredes de la superficie de corte de la falla local están fragmentadas, estriadas ó pulidas. La abertura de cada una de las superficies de corte puede ser del orden de los centímetros a decenas de centímetros. A la zona donde la influencia de la falla local actuó, se la denomina *zona fallada*.

Fallamiento es el término genérico para referirse a la dislocación, cizalla y/o falla local; es decir, un sinónimo de una fractura de falla.

La *falla regional* y la *zona de falla* engloban el ámbito de la geología regional, escala macroscópica.

La *esquistosidad* es una discontinuidad particular presente en los esquistos debido a la deformación plástica del macizo rocoso, donde los minerales están orientados paralelamente en una dirección preferencial de esfuerzos mayores y pueden indicar la dirección del transporte tectónico regional o local.

El *plano de estratificación* es un tipo de discontinuidad de persistencia “infinita” que se presenta en rocas sedimentarias; mientras que una foliación se presenta en las *superficies de exfoliación*; por ejemplo, en las pizarras.

3.3 Formación genética

Los factores que forman las discontinuidades están asociados a un determinado evento geológico en la historia del macizo rocoso, desde su *nacimiento* hasta el presente, momento donde se está describiendo el macizo rocoso.

El nacimiento del macizo rocoso se referiría a un determinado momento de la historia geológica de la región, donde el material rocoso cambió para formar uno nuevo de características estructurales, textural y/o composición química distintas, por alguna causa geológicamente explicable (*e.g.* metamorfismo, diagénesis) o simplemente se ha posicionado de una forma nueva en un espacio como ocurre en una intrusión o una erupción.

Si un macizo ha estado expuesto a más de un proceso o evento geológico, éste puede tener familias de discontinuidades de diferentes

causas sucedidas en distintos tiempos geológicos. Estas causas pueden agruparse en dos grandes grupos, denominadas *cargas*:

1. Cargas endógenas, que se deben por ejemplo al enfriamiento o secado de la roca; por ejemplo, intrusiones y exceso de presiones intersticiales.
2. Cargas exógenas: son las causantes más comunes de la formación de discontinuidades en los macizos rocosos, en especial las cargas exógenas geoestáticas y las cargas exógenas tectónicas someras. Estas pueden diferenciarse del siguiente modo:
    - cargas o descargas geoestáticas (*i.e.* de sedimentación, de erosión);
    - esfuerzos tectogénicos someros de carga o descarga que no producen zonas de falla;
    - esfuerzos tectogénicos fuertes de carga o descarga que producen zonas de falla;
    - esfuerzos gravigéncicos (Chigira, 1992);
    - caídas de meteoritos (con un porcentaje mínimo de probabilidad de ocurrencia).

En el supuesto de que un determinado macizo rocoso haya estado sometido a solo un evento geológico, se podrían distinguir los siguientes macizos rocosos, asociados al régimen de esfuerzos a las que estuvo sometido; por ejemplo, a los siguientes:

- macizo rocoso con una familia de discontinuidades persistentes y con otra impersistente orientada perpendicularmente a la principal:
- macizo rocoso con dos familias de discontinuidades (persistentes o impersistentes) perpendiculares entre sí;
- macizo rocoso con tres familias de discontinuidades (persistentes o impersistentes) perpendiculares entre sí (ortonormales);
- macizo rocoso con cuatro familias de discontinuidades (persistentes o impersistentes).

Discontinuidades en columnas

La generación de las *discontinuidades endógenas* para formar columnas entabladas a partir de un macizo rocoso sano y caliente, se le atribuye a la inundación del mismo por aguas continentales que lo enfría rápidamente.

En el caso de cuerpos rocosos calientes (*e.g.* diques, intrusivos, flujos de lava profundas, igmimbritas) de cualquier composición que están sometidos a un proceso de enfriamiento, se crean discontinuidades denominadas *discontinuidades en columnas* (*columnar jointing*) que forman bloques en columnas o simplemente *columnas*. Éstas son de sección polihédrica casi regular (de tres a siete lados, pero en promedio de cinco a seis lados, predominantemente rectos), con diámetros inscritos desde unos cuantos centímetros hasta 3 m y alturas variables con un máximo de hasta de 30 m (Figura 3.1). Si las columnas son en su mayoría verticales se denominan *columnas colonadas* (*colonnade columns*) y si

en su mayoría son curvas, fracturadas y entrelazadas se denominan *columnas entabladas* (*entablatures*).

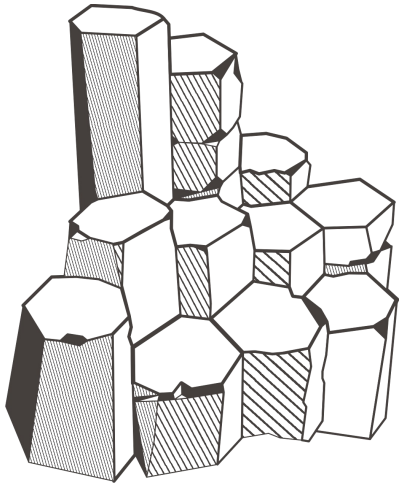


Figura 3.1. Generación de discontinuidades por cargas endógenas. En este caso las familias de discontinuidades se formaron por enfriamiento de una lava, formando columnas pentagonales y hexagonales, típicas del Parque Nacional de Devil's Postpile en los Estados Unidos de Norte América.

Un estudio acerca del comportamiento mecánico de macizos rocosos con *discontinuidades en columnas* se hizo en los derrames basálticos de la Formación Serra Geral y el Grupo Río Columbia en el estado de São Paulo en Brasil (Neves De Sousa, 1994a y 1994b).

En estas dos referencias, se menciona que este tipo de macizo tiene propiedades mecánicas buenas de su constituyente rocoso (*i.e.* una resistencia a compresión uniaxial del material rocoso de 163 MPa a 275 MPa, una resistencia a tracción indirecta alrededor de los 16 MPa y un módulo de deformación de 76 GPa).

En lo que se refiere a las discontinuidades, se identificaron tres tipos.

1. Las discontinuidades principales subverticales con trazas de persistencia de 0.2 m a 0.3 m.
2. Discontinuidades secundarias también subverticales pero normales a las anteriores con trazas menores a 0.1 m.
3. Discontinuidades con trazas poco persistentes con orientación “caótica”, que al propagarse favorecen la formación de los bloques en forma de columna; en este caso, sería subhorizontales al ser las dos descritas arriba subverticales.

Inclusive teniendo una intensa presencia de discontinuidades subverticales, los estudios revelaron que no se detectó un alto decremento para con las propiedades mecánicas del macizo en sí, cuando el mismo no haya sufrido meteorización ni eventos tectónicos posteriores a su formación; más bien, se detectó estabilidad en lo referente a la deformabilidad y permeabilidad del macizo.

La Figura 3.2 se muestra este tipo de estructuras encontrados en taludes de vías.

Figura 3.2. Basaltos columnares rotados en la vía Medellín a Quibdó de edad Cretácica, formados por eventos superpluma del Caribe–Pacifico aproximadamente en el Turoniano–Santoniano (Foto: Catalina Londoño).

3.4 Propiedades geométricas

Las propiedades de las discontinuidades pueden ser geométricas. Dentro de las varias propiedades geométricas de las discontinuidades, tres propiedades son de interés para la mecánica de rocas: la orientación, el tamaño o extensión (persistencia) y la densidad (intensidad) de discontinuidades.

La orientación y la extensión se consideran y se analizan estadísticamente como si fueran eventos independientes entre sí, esto solo por facilidad estadística. Se sabe que estas características son dependientes, debido a que la formación de las discontinuidades caracteriza a sus propiedades geométricas.

Por otro lado, Dershowitz & Einstein (1988) diferencian las propiedades geométricas primarias y secundarias de las discontinuidades. Las *propiedades primarias* son: la forma, la ondulación (o en su defecto la planaridad o la coplanaridad), el tamaño (extensión o persistencia), la localización, el espaciamiento (el espaciado), la intensidad (la densidad) y la orientación. Las *propiedades secundarias* son solo dos: la terminación y la *autocorrelación* de las discontinuidades.

La *localización de una discontinuidad* se refiere a la ubicación del *centro geométrico* de la misma en el espacio. La localización de ésta no puede ser definida realmente por practicidad, por lo que se puede conocer su localización relativa a través del espaciamiento e intensidad de la familia a la que la discontinuidad pertenece, llamada *localización relativa de una discontinuidad*.

3.4.1 La orientación en $\mathbb{R}^3$

Una de las propiedades primarias más importantes es la orientación espacial de un plano de discontinuidad, debido a que esta variable se usa para agrupar las familias de discontinuidades (proceso llamado en estadística de agrupamiento o *clustering*del Inglés). La *orientación de una discontinuidad* (la actitud de una discontinuidad, si se hace una

traducción directa de la palabra *attitude* del idioma Inglés) es la postura de la misma en el espacio Euclidinano de dimensión $\mathbb{R}^3$.

La orientación de ese plano de la discontinuidad se puede expresar de varias formas en el léxico de la ingeniería geológica y la mecánica de rocas, pero la siguientes son las más comunes.

1. El rumbo de la *línea de ataque* del plano (*strike angle*) más el buzamiento (*dip*) del mismo;
2. El azimut del buzamiento (*dip-direction*) más el buzamiento (*dip*) del plano;
3. La *tendencia* (*trend*) de la línea de polo del plano (línea normal al plano) más la inmersión (*plunge*) de la misma línea.

La *línea de ataque* (el rumbo) de un plano orientado en el espacio es aquella línea que resulta de la intersección del plano de discontinuidad con el plano horizontal; donde su sentido se rige de acuerdo a la regla de la mano derecha. La regla de la mano derecha se ejecuta posicionando la palma de la mano derecha sobre el plano, de tal modo que los cuatro dedos unidos que son distintos del dedo pulgar apunten hacia abajo (en el mismo sentido de la dirección del buzamiento) y de este modo el pulgar apuntará el *sentido del ataque/rumbo*.

La mejor forma de presentar la orientación de una discontinuidad es bajo la nomenclatura *azimut de buzamiento* (ζ_{dir}, también y mejor conocido como *dirección de buzamiento*) y *buzamiento* (ζ); que en Inglés es más conocido como la dupla *dip-direction and dip*. El azimut de buzamiento se escribe a tres dígitos seguido de la barra hacia atrás (*/*) y luego colocando la inclinación del buzamiento (a dos dígitos). Por ejemplo, 010°/35°, 005°/40°, 110°/05°.

El *polo de una discontinuidad* es otra forma de expresar la orientación de la misma, representa la orientación en el espacio de una línea normal al plano de la discontinuidad. Como es una línea, ésta está representada bajo una similar nomenclatura que el caso anterior: *tendencia* (δ_{dir}) e *inmersión* (δ); que en Inglés es la dupla *trend and plunge*.

La representación de la orientación de las discontinuidades se puede hacer mediante el dibujo de las *trazas de los planos* en secciones de corte ortogonales (*e.g.* secciones: longitudinal[vertical] y transversal[horizontal]) que resulta ser la representación del plano en la *proyección de Monje* (Figura 3.3a; forma antigua, del inicio de la geología estructural siglo XIX).

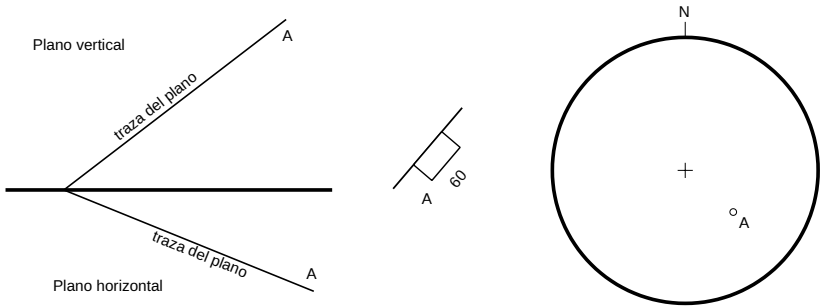


Figura 3.3. Formas de representar la orientación espacial de un plano de discontinuidad: **a** proyección Moje, **b** nomenclatura de mapa geológico, **c** proyección esférica.

También se representa en dibujo en un plano en planta, donde se dibuja la línea de ataque y un pequeño rectángulo que indica la dirección del buzamiento, que es más común en los planos de geología estructural actuales (Figura 3.3b). No obstante, la mejor forma de representar los planos tridimensionales es a través de los *diagramas en proyección esférica* sea de la traza o el polo del plano (Figura 3.3c). El Capítulo 7 se dedica íntegramente a esta tercera forma de representar las orientaciones de los planos de discontinuidad. Asimismo, el Apéndice B habla sobre cómo medir en campo la orientación de los planos de discontinuidad.

3.4.2 La forma

La forma de una discontinuidad tiene un importante efecto en el tamaño o extensión, la conectividad de las discontinuidades y en las propiedades del macizo rocoso (Dershowitz et al. 1993 y Petit et al. 1994); no obstante, por la misma razón que no es posible conocer la extensión de una discontinuidad, no es posible conocer con certeza la forma de la misma.

Con fines de simplificar la compleja forma de una discontinuidad, ésta se asume que es una superficie plana y de forma cercana a figuras geométricas regulares como: círculos, elipses, cuadrados, rectángulos, polígonos equilaterales o polígonos irregulares (Figura 3.4). Pero por conveniencia matemática y con fines de ser aplicados en modelos, muchos investigadores asumen que las discontinuidades tienen forma circular (*i.e.* discontinuidades equidimensionales), localizadas aleatoriamente en el espacio tridimensional.

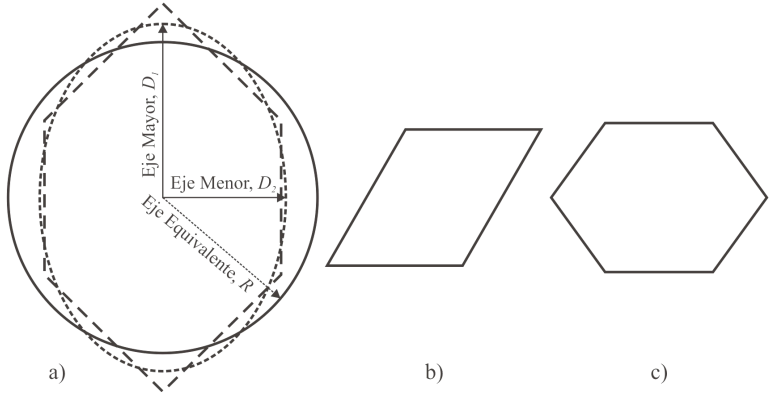


Figura 3.4. Forma y tamaño de una discontinuidad. Las discontinuidades no son necesariamente de forma regular: **a** La discontinuidad circular y elíptica tienen la misma área que la discontinuidad poligonal. El polígono que representa la discontinuidad puede tener n_s lados, donde se recomienda que $3 \leq n_s \leq 16$; **b** polígono de dos lados; **c** polígono de seis lados.

Si se asume la forma circular, los patrones de la traza de la discontinuidad son las mismas para diferentes planos de observación y corte. No obstante, se observa en la realidad que las trazas de discontinuidad varían con el plano de observación (Waburton 1980),

situación que dió lugar a que en otros modelos se asuma formas de discontinuidades no equidimensionales, tales como elipses (*e.g.* Petit et al. 1994 propusieron elipses con una razón de ejes mayor a menor de 1.9 a 2.0), paralelogramos o polígonos inscritos en elipses (Dershowitz et al. 1993), ya mostrados algunos en la Figura 3.4.

Otros autores (Robertson, 1970; Barton 1977) propusieron inferir la forma equidimensional de una discontinuidad conociendo al menos la extensión lineal de la mismas en el sentido de su rumbo y en el sentido de su buzamiento. No obstante, el hecho de que la extensión lineal de una discontinuidad en estos dos sentidos sea igual, no indica necesariamente que su forma sea equidimensional, tal como lo muestra la Figura 3.5.

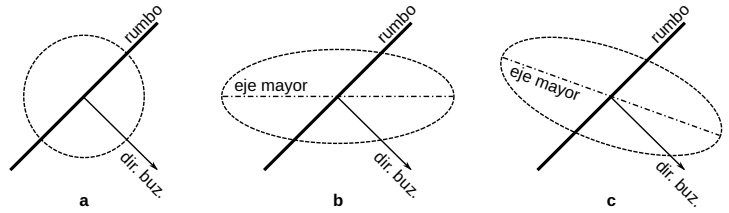


Figura 3.5. Casos en los que dos extensiones lineales de una discontinuidad son iguales en formas no equidimensionales, modificado de Zhang et al. (2002): **a** el plano de discontinuidad es equidimensional (es circular); **b** el plano de discontinuidad no es equidimensional (es elíptico) con el eje mayor en una sola orientación; **c** el plano de discontinuidad no es equidimensional con el eje mayor orientado aleatoriamente de tal modo que que la longitud de la traza del rumbo es igual a la longitud de la traza de la inclinación.

En esta figura se muestra en una vista en planta, tres planos de discontinuidad de dos formas: circular y elíptica. De las dos elípticas, la primera tiene el eje mayor apuntando hacia el Este y la segunda su eje mayor apuntando hacia el Sudeste. Estos tres planos tienen la misma orientación espacial, ellos tienen un rumbo positivo apuntando hacia el Noreste y su buzamiento apuntando hacia el Sudeste. Casualmente, por motivos didácticos, las tres discontinuidades tienen el tamaño y la forma tales que las longitudes de las trazas en la línea de rumbo y de las trazas en la línea de buzamiento son en magnitud de igual distancia. Esta situación muestra que: pese a que se tienen las mismas distancias de las trazas y la orientación de las discontinuidades, la forma de cada una de ellas es distinta; dando lugar a concluir que es imposible deducir la extensión y forma de una discontinuidad, a partir de conocer sus dimensiones de las trazas.

3.4.3 Persistencia: tamaño o extensión

El tamaño de una discontinuidad se refiere a la *extensión areal* de la misma. Para hablar sobre el tamaño de una discontinuidad es mejor referirse a su *persistencia* o penetración de la misma. La *persistencia* puede ser obtenida indirectamente en dos dimensiones, cuando ésta intercepta un plano de observación (plano expuesto) u obtenida en tres dimensiones, cuando se logra por algún método definir la extensión areal de la discontinuidad.

El tamaño y extensión total de una discontinuidad no es posible observar ni estimar directamente, ni siquiera en más de tres planos

ortogonales de corte expuestos. Para cualquiera de las definiciones de persistencia de una discontinuidad, no es posible determinar exactamente su extensión ni proporción en el macizo rocoso, ya que se tendría que destruir el macizo rocoso para conocerlo, lo cual anula el objeto de estudio.

De acuerdo al tipo de discontinuidades descritas anteriormente, se puede definir la persistencia intermitente y la persistencia imbricada (Figura 3.6). Asimismo, Rocha (1973) define la *persistencia total*, como la extensión infinita de una discontinuidad intermitente. Si la discontinuidad es una junta, se la puede nombrar como *junta sistemática* (Mandl, 2005).

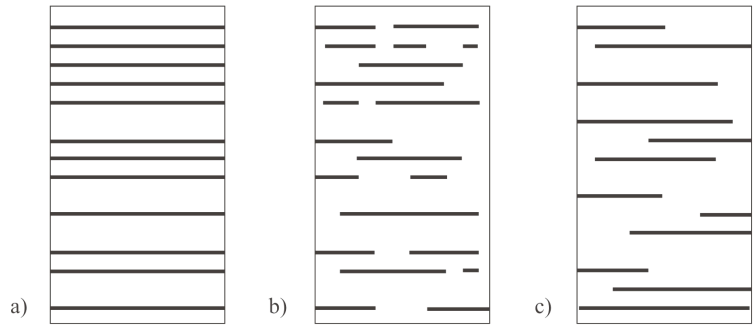


Figura 3.6. Tres tipos de persistencias de una familia de discontinuidades: **a** persistencia total; **b** persistencia intermitente, **c** persistencia no coplanar.

La medida de la extensión areal de una *discontinuidad intermitente* ($a_{\mathrm{S}i}$) respecto al área total de un mismo plano (A_{S}) fue definido por Müller (1963) mediante la relación R

$$R = \frac{\sum_i^n a_{\mathrm{S}i}}{A_{\mathrm{S}}}.$$

De acuerdo a la definición de la persistencia intermitente, la superficie de roca intacta entre dos discontinuidades de un mismo plano se denomina *puente de roca*. Este término se refiere a los volúmenes interconectados de material rocoso formados entre sistemas de discontinuidades no persistentes. El nombre de puente se debe al caso más simple en presencia de una sola familia de discontinuidades no persistentes, donde los puentes se forman perpendiculares a los planos de esa familia en lo sitios donde las discontinuidades se pierden. Los puentes de roca crean el mecanismo de soporte interno del macizo rocoso.

En rocas fuertes, el hecho que solo algunos bajos porcentajes de volumen de los puentes de roca estén soportando algún cambio de esfuerzos, son suficientes para proveer una resistencia mecánica. Por ejemplo, en túneles eso ocurre para que la cavidad sea autoportante en por lo menos los primeros momentos de avance antes de producirse la propagación de las fisuras. Si se aprovecha esta situación, se puede reducir las necesidades del soporte primario de una excavación (Diederichs, 1999). La rotura de los puentes de roca o la propagación de las fisuras producen la relajación del macizo rocoso, que se refleja en los

cambios de la calidad de la roca y en deformaciones globales que se pueden medir con instrumentación.

En función al nivel de escala observado y la proporción de puentes de roca respecto la extensión de la discontinuidad intermitente en el mismo plano, el puente de roca puede ser considerado como una parte discontinua de la extensión de una discontinuidad. En este sentido, Mauldon (1994) observó que en los medios rocosos, las discontinuidades con persistencias intermitentes son más improbables que las discontinuidades con persistencias no coplanares; en caso de existir discontinuidades con persistencias intermitentes bien definidas, éstas deberían asumirse como discontinuidades con persistencias totales, cuando se desea involucrar algún modelo de resistencia mecánica que tome en cuenta las persistencias de las discontinuidades.

La misma definición de puente de roca puede extenderse para el caso de las discontinuidades con persistencias no coplanares. En este sentido, el modelo de involucrar el aporte de la resistencia de los puentes de roca a la resistencia del macizo rocoso involucraría un análisis necesariamente tridimensional. En este modelo, es necesario considerar el aporte de los puentes de roca a la resistencia del macizo rocoso; que según Park (2005), este aporte puede ser de uno a dos órdenes de magnitud mayor que la resistencia presente en las discontinuidades pero que no alcance los valores de resistencia del material rocoso, que están por el orden de al menos diez veces la de las discontinuidades.

Para el caso de la presencia de una persistencia intermitente, la *razón de persistencia* (PR por las siglas del Inglés de *Persistence Ratio*) es una medida de la extensión (área) de varias discontinuidades de una misma familia y en un mismo plano ($a_{\mathrm{S}i}$) respecto una superficie de observación (A_{S}) que tiende a ser infinita; es decir

$$p_{\mathrm{r}} = \lim_{A_{\mathrm{S}} \to \infty} \frac{\sum_i^n a_{\mathrm{S}i}}{A_{\mathrm{S}}}.$$

La Figura 3.7 muestra esta definición.

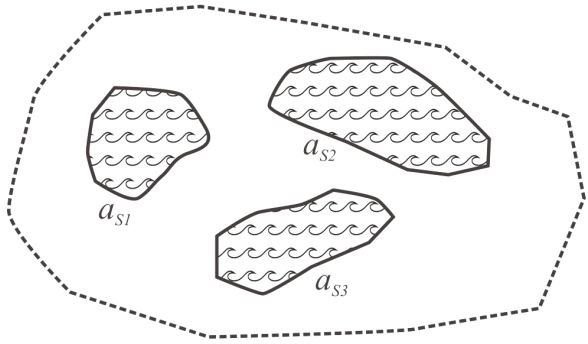


Figura 3.7. Definición de la razón de persistencia, para el caso de una discontinuidad con persistencia intermitente.

3.4.4 Traza

La intersección de una discontinuidad con un plano expuesto del macizo rocoso se denomina *traza de la discontinuidad* (es una *lineación*, del anglicismo de *lineation*); la longitud de la traza de la discontinuidad es lo que generalmente sirve para inferir la persistencia de la discontinuidad. La traza de la discontinuidad da una cruda medida de la extensión en área o la longitud de penetración de una discontinuidad. Las terminaciones de las trazas en rocas sólidas o terminaciones con otras discontinuidades limitan a la persistencia de la traza. Las trazas de discontinuidades separadas por roca se denominan *discontinuidades impersistentes* y la línea de roca que une dos extremos de dos trazas impersistentes es el *puente de roca*.

Del mismo modo que para el caso de la *razón de persistencia intermitente*, la razón de la traza de persistencia (PTR de sus siglas del inglés de *Persistence Trace Ratio*) se define según

$$p_{\mathrm{tr}} = \frac{\sum_i^n d_{\mathrm{l}i}}{\sum_i^n d_{\mathrm{l}i} + \sum_i^n r_{\mathrm{bl}i}}$$

donde $\sum d_{\mathrm{l}i}$ es la suma de todos los segmentos de la traza de la discontinuidad y $\sum r_{\mathrm{bl}i}$ es la suma de todas las trazas de puentes de roca observados en un mismo plano, expresado como una línea finita l_{s} (Figura 3.8).

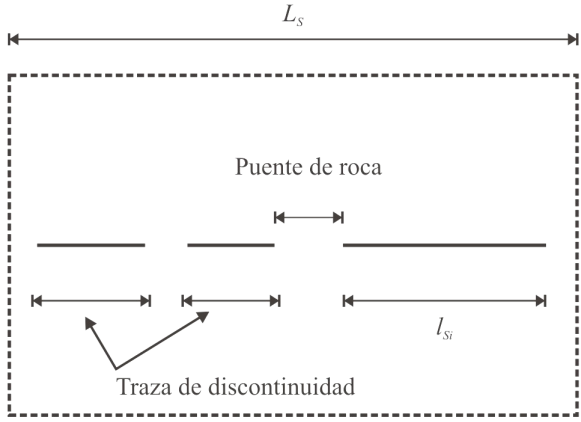


Figura 3.8. Definición de la razón de la traza de persistencia.

3.4.5 Densidad e intensidad

En discontinuidades, la densidad se refiere a la cantidad de discontinuidades presentes en un macizo rocoso; más específicamente la densidad es la relación del *volumen total de discontinuidades* ($V_{\mathrm{d}i}$) dividido por el *volumen de macizo rocoso* (V_{mr}). A esta densidad se la llama densidad tridimensional (o mejor *densidad de tercer orden*) porque se habla de una relación de volúmenes; está dada por

$$\rho_3 = \frac{\sum_i^n V_{\mathrm{d}i}}{V_{\mathrm{mr}}};$$

El volumen de una discontinuidad sería el producto de su área por el espesor. Sin embargo, como se mencionó en las secciones precedentes, no es posible conocer realmente el área de una discontinuidad y se debe aproximar su estimación a partir de la longitud de la traza de la discontinuidad, que es bidimensional. Por esta razón, se ha definido también la *densidad de segundo orden*.

La *densidad de segundo orden* es la relación del área de discontinuidades por el área del macizo rocoso expuesto (A_{oc}, subíndice que proviene de *outcrop*), sea un afloramiento o un corte practicad en la roca; está dada por

$$\rho_2 = \frac{\sum_i^n A_{\mathrm{d}i}}{A_{\mathrm{oc}}};$$

donde $A_{\mathrm{d}i}$ es el producto de la longitud de la traza de cada discontinuidad veces su respectivo espesor.

Las definiciones de arriba se pueden degenerar a una dimensión para definir la *densidad de primer orden* que se aplica a exploraciones del macizo rocoso del tipo lineal, como ser perforaciones o *líneas de rastreo* (*scanlines*). De este modo, la relación del *número de discontinuidades* (n) la *línea de exploración* corta (multiplicado por los espesores de las discontinuidades, e) dividido por la longitud total (l_{sc}) de esa misma línea, define la *densidad de primer orden* como sigue:

$$\rho_1 = \frac{n\,e}{l_{\mathrm{sc}}}.$$

En algunos textos se habla de *intensidad de discontinuidades*, lo cual se refiere a un sinónimo de la densidad de discontinuidades.

3.4.6 Red de discontinuidades

Una red de discontinuidades (*discontinuity network*) se refiere a la descripción de todas las propiedades geométricas de las discontinuidades para cada una de sus familias presentes en un determinado volumen del macizo rocoso que logren representar de forma estocástica: la frecuencia tridimensional de las discontinuidades, su localización espacial, su forma, espesor, extensión y orientación en un determinado volumen.

Se propuso dos modelos para definir una red de discontinuidades.

1. Los modelos nudo (*lumped models*) en los que describen todas las propiedades geométricas de las discontinuidades en un volumen dado, sin describir su ubicación y distribución espacial (no se definió una correlación espacial de esas propiedades); es decir, todas las discontinuidades y sus propiedades estarían concentradas en el centro de gravedad del volumen considerado.
2. Los modelos de correlación espacial, donde se intenta tomar en cuenta la posible variación espacial de las propiedades geométricas de las discontinuidades y definir alguna correlación en el espacio

(Baecher & Lanney, 1978; Veneziano, 1979; Dershowitz, 1984); algo así como distribuir todas las discontinuidades y sus propiedades dentro de todo el volumen considerado.

3.5 Rugosidad

La *rugosidad*, en mecánica de rocas, se refiere a las características morfológicas y táctiles que a nivel mesoscópico se puede apreciar sobre la superficie del plano de una discontinuidad. La rugosidad contribuye a disminuir o aumentar la *resistencia al esfuerzo cortante*. La medida de la rugosidad tiene como principal finalidad la posterior evaluación de la resistencia al corte y dilatancia de los planos en el estado tal que no ha sufrido desplazamiento interconectado; es decir, aplicado a discontinuidades sin relleno.

En forma general, la resistencia al corte de un plano de discontinuidad aumenta con su rugosidad y decrece con el aumento de su abertura o espesor. El comportamiento de esfuerzos y deformaciones de las discontinuidades con relleno no se aborda en este texto.

La rugosidad es la conjunción de dos propiedades: la ondulación (la macrorugosidad) y la aspereza (la microrugosidad); que a continuación se describen. La ondulación (*waviness*) y la aspereza (*asperity*) de una discontinuidad son términos diferentes que generalmente conllevan confusión en su definición o simplemente la definición y diferenciación de ambos no están muy claras para los principiantes.

3.5.1 Ondulación

La ondulación de la superficie de una roca es una propiedad geométrica y se refiere a la variación en sentido normal a la superficie de un *plano de referencia medio*; llamadas las *ordenadas del perfil* (representada por la variable y). Esta variación se caracteriza por cimas y valles, muy similar a la superficie ondulada de un terreno natural. Las variaciones de las ordenadas del perfil se producen a lo largo de las posiciones cooplanares, que en el caso de una superficie plana están dadas por un par ordenado x_1, x_2 y se refiere a una *ondulación bidimensional*. En el caso de que solo se considere posiciones en una línea, el perfil se produce a lo largo de una sola variable x y se refiere a una *ondulación unidimensional*, tal como se muestra en la Figura 3.9.

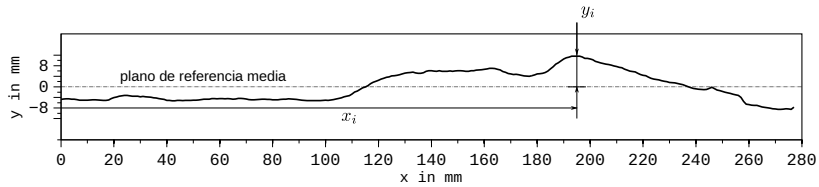


Figura 3.9. Perfil de ondulación unidimensional de la superficie de una roca del Cerro Picacho, Medellín (Colombia).

La ondulación de la superficie de la roca resulta siendo un *fractal* debido a que a medida que se incrementa el nivel de apreciación de las ordenadas del perfil, los detalles aparecen indefinidamente; algo muy similar con lo ocurrido cuando el padre de los fractales, Benoit B. Mandelbrot, apreciaba el contorno de la costa de Gran Bretaña.

3.5.1.1 La ondulación como serie de espacios

En mecánica de rocas, inicialmente y para el nivel de escala mesoscópica, no es necesario el abordaje de la teoría de fractales, *e.g.* el estudio de la *rugosidad de las series de tiempo* (*Roughness of Time Series*). Pero es bueno conocer cómo la ondulación unidimensional puede en cierta forma asimilarse a una *serie de espacios*, similar a lo que se conoce como *series de tiempo*.

Estudiando las ondulaciones unidimensionales de las discontinuidades desde el punto de vista de las series de espacios, esta resulta ser levemente estacionaria Reeves (1985), Bendat & Piersol (2010). Eso quiere decir que existe una correlación de los valores de las *ordenadas del perfil* con sus propios valores en *posiciones de abscisas* antecedentes y precedentes del valor analizado. Esta propiedad se la llama *autocorrelación* de la serie.

La existencia de algún grado de autocorrelación de un conjunto de datos espaciados facilita la estadística univariada (el caso más sencillo de las estadísticas multivariadas) porque reduce grandemente el tamaño efectivo de la muestra estadística. La autocorrelación también facilita para encontrar correlaciones entre otras series espaciadas de datos. Si la autocorrelación permanece solo para la primera derivada, entonces se dice que es una serie *autoregresiva de primer orden* o una *serie de Markov*.

Existe escalares que pueden dar información de la estacionaridad de una serie de espaciada; por ejemplo, 1) el *valor cuadrático medio* (RMS de las siglas del Inglés de *root mean square*) de las ordenadas del *perfil de ondulación* y 2) la *función de autocorrelación* (ACF de las siglas del Inglés de *autocorrelation function*) del mismo perfil, también llamada *correlograma*.

Otra condición de la estacionaridad de una serie de espacios es que la ACF tiene que ir reduciéndose a medida que el espaciamiento de abscisas $\mathrm{d}x$ aumenta. Sin embargo, una condición estricta es que los *momentos estadísticos* de orden superior (el gradiente y la curvatura) tienen que ser independientes de la posición. Para tener esta condición, es importante tener medidas de una longitud de perfil de ondulación lo suficientemente larga para poder incluir cualquier ondulación relevante de baja frecuencia y que el espaciamiento en abscisas sea lo suficientemente pequeño para posibilitar ver los posibles componentes de alta frecuencia de la rugosidad.

Una aproximación (que no tiene que tomarse como receta) para la estimación de la longitud de la muestra es el de adquirir una longitud larga de la serie (l), encontrar el *coeficiente de autocorrelación* de primer orden (r_1) de ella y calcular la *longitud efectiva*:

$$l' = \frac{1 - r_1}{1 + r_1}\, l.$$

Sin embargo, para determinar la longitud efectiva de muestreo de forma certera se tiene que hacer un *diseño de filtros*, que está fuera de los alcances de esta disciplina (vea por ejemplo: Poor, 1994). Esta disposición en la naturaleza de la superficie de las discontinuidades limita el estudio de estas desde el punto de vista de las series de tiempo.

Con el fin de analizar los perfiles de ondulación de una discontinuidad se adopta la siguiente nomenclatura (Myers, 1962):

- ondulación promedio entorno a la *línea central*, denotado por z_0 y unidad [L] (también llamada ondulación CLA);
- valor cuadrático medio de las ordenadas, denotado por z_1 y unidad [L];
- gradiente del valor cuadrático medio de las ordenadas, denotado por z_2 y unidad [1];
- curvatura del valor cuadrático medio de las ordenadas, denotado por z_3 y unidad [L^{-1}].

3.5.1.2 Coeficiente fractal

Otro parámetro importante y útil que caracteriza la ondulación de un perfil de macrorugosidad de la superficie de la roca es el *coeficiente fractal de la ondulación* (Z_2), también llamado *coeficiente de Myers*. Este coeficiente resulta siendo la raíz de la media cuadrática (*root mean square*, RMS) de la segunda derivada del perfil de rugosidad. El RMS es el valor de las desviaciones de las ordenadas del perfil (y_i) respecto la línea central promedio ($\bar{y}$).

Este coeficiente, de unidad [1], se obtiene luego de medir las ondulaciones con base a medidas de y_i a un eje lineal longitudinal (x_i) [por estandarización con una longitud (l) igual a 0.1 m] que pertenece al plano de la discontinuidad, en n puntos que forman $n-1$ intervalos igualmente distanciados en un valor Δx; es decir

$$Z_2 = \frac{1}{l}\sqrt{\int_{x=0}^{x=l}\left(\frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}x}\right)^2 \mathrm{d}x}, \qquad (3.1)$$

donde el valor de l es la longitud total de evaluación del perfil (Ecuación 2, página 183 del artículo original de Myers, 1962).

Sin embargo, el valor de Z_2 varía de acuerdo al valor de Δx. Para las medidas de la ondulación de las discontinuidades de roca, se aconseja que el intervalo no sea mayor a 1 mm y de preferencia alrededor de 0.25 mm (Yu & Vayssade, 1991). La resolución del valor y tiene que ser menor a (0.1 mm. Esto exige que la precisión de medida del perfil sea exigente.

Medida con el perfilómetro lineal mesoscópico.-

Equipo

El instrumento que se usa para la medida de la ondulación a la escala mesoscópica de interés para la mecánica de rocas es el *perfilómetro simple de contorno* (*contour gauge*); también llamado perfilómetro de carpintero (*contour hand tool gauge*), perfilómetro de forma (*profile shape gauge*) o en ingeniería de rocas *peine de Barton*.

El equipo es claramente portátil y liviano que puede variar entre 7 cm hasta 30 cm de longitud. Por ejemplo, el instrumento de 30 cm de

longitud posee 300 barras de 1 mm de lado y posibilita medir una profundidad máxima del perfil de 40 mm (Figura 3.10).

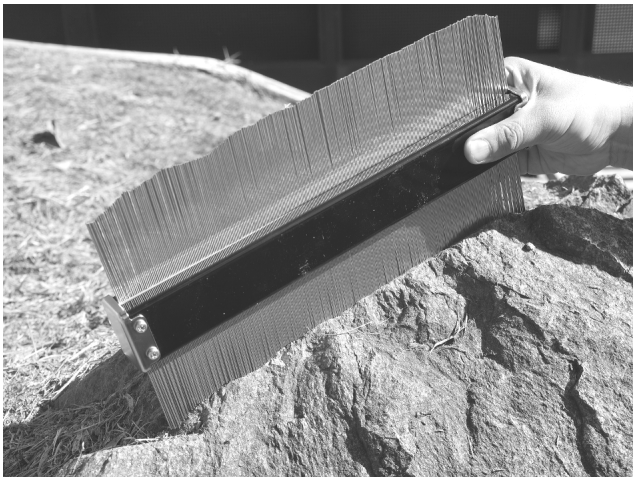


Figura 3.10. Perfilómetro de contorno usado para medidas de rugosidad de la roca: los alambres de 1 mm de diámetro son sostenidos por un par de reglas que se pliegan a presión con tornillos.

Procedimiento
El procedimiento general del uso de este instrumento es el siguiente.

1. Escoja la superficie expuesta de roca donde se quiere obtener el perfil de rugosidad lineal.
2. Limpie el material suelto de la superficie a medir (sea suelo depositado o relleno preexistente) con un cepillo auxiliados por agua si fuera necesario. Luego quite toda anegación en la superficie para que esta quede superficialmente seca.
3. Marque con tiza o marcador la línea del perfil, donde debe definir su sentido con una flecha y donde debe definir la longitud mayor o igual a diez centímetros.
4. Mida la orientación del plano al que la línea pertenece y también mida la orientación de la línea en el sentido establecido.
5. Coloque los alambres del instrumento todos a una misma altura.
6. Presione el instrumento sobre la superficie de la discontinuidad de tal forma que los alambres se desplacen lentamente. El instrumento debe estar normal al plano donde se ensaya.
7. Una vez todos los alambres estén en contacto con la superficie de la discontinuidad, retire el instrumento.
8. Coloque el instrumente sobre una hoja de papel milimétrico y con lápiz dibuje el contorno que el instrumento a capturado. Coloque el perfil de tal forma que el sentido va de izquierda a derecha.
9. Retire el instrumento y repase con tinta la línea que inicialmente ha dibujado con lápiz.

Interpretación
La interpretación radica en tener una lista numérica de pares ordenados x_i, y_i. El espaciamiento $x_{i+1} - x_i$ es constante e igual a un milímetro; por tanto, solo se debe registrar las ordenadas y_i en cada posición x_i. Esto se puede hacer de forma manual o mediante la

interpretación de imágenes; para lo cual, el perfil dibujado en papel debe ser escaneado.

Si se hace la interpretación de imágenes, se debe establecer la relación de píxeles con su equivalente en milímetros. Luego la imagen se edita, de tal forma de obtener una imagen de solo el perfil en un tipo de imagen lógica; es decir, solo blanco (valor 0) y negro (valor 1).

Con la imagen lógica se puede crear un algoritmo para obtener automáticamente las ordenadas y_i para cada posición x_i al intervalo del milímetro.

Existe otros métodos de medida de la ondulación, como por ejemplo: el método del perfilómetro lineal, el método del plato y la brújula y el método de impresión; todos que se han descrito más extensamente en el libro de Suarez–Burgoa (2014), páginas 115 a 120. Similares equipos al del perfilómetro de arriba fueron diseñados para superficies rocosas con fines de ingeniería; por ejemplo, consulte la referencia Du et al. (2009) para aplicar un instrumento muy versátil para el uso en campo.

3.5.2 Aspereza

Como se mencionó arriba, la aspereza es la microrugosidad; es decir, aquella que brinda el material independiente de la geometría de la superficie. La aspereza describe el *carácter táctil* de la superficie de discontinuidad, ésta es inherente a la superficie y solo al plano promedio sin ondulación alguna. Ésta puede ser áspera (algunos la llaman rugosa, aunque no se recomienda usar este término para no confundirse con el término genérico) o lisa.

La forma de hallar un parámetro numérico de la aspereza es midiendo el *ángulo de fricción básica* de la discontinuidad para un *cuerpo de prueba* cuyo volumen total sea semejante al doble del volumen del cuerpo de prueba cilíndrico estándar en rocas; es decir, de aproximadamente 2 × 200 cm^3. Por la razón de que el lado donde se evalúa la rugosidad debe ser como mínimo 100 mm de longitud, el prisma inicial estándar (no cortado) a preparar debe ser de dimensiones 90 mm × 45 mm × 100 mm (*i.e.* base, altura y largo; respectivamente).

Para ensayar el *ángulo de fricción básica* de la discontinuidad, denotado por ϕ_b, se ha creado para la práctica de la mecánica de rocas el *ensayo de la mesa inclinada*; llamado también por su nombre en el idioma Inglés: *Tilt-Test* (TT).

Ensayo de la mesa inclinada.-
El ensayo de la mesa inclinada se usa para encontrar el ángulo de fricción básico del material rocoso (ϕ_b). Existen dos formas de ensayar cuerpos de prueba en la mesa inclinada: prismática a dos piezas y cilíndrica a tres piezas.

Equipo

El equipo del ensayo de la mesa inclinada está conformado por una *plancha metálica* (llamada mesa) que en uno de sus extremos pivota alrededor de un eje horizontal. En el extremo de la plancha donde está cerca del pivote, se coloca un *retén*, de tal modo que el cuerpo de prueba prismático de roca (que se usará en la base y en contacto con

la plancha de la mesa) no pueda deslizarse cuando la plancha se empiece a abatir desde una posición horizontal (Vea la Figura 3.11).

Figura 3.11. Equipo de la mesa inclinada *Tilt test* (TT) ensayando con tres muestras cilíndricas.

El pivote está provisto de una escala angular, de tal forma que cuando la plancha esté inclinada, se pueda leer el ángulo de inclinación (α_s) respecto el plano horizontal. De este modo, la mesa debe estar posicionada horizontalmente durante el ensayo, para lo cual ella dispone de patas que posibilitan acomodar el equipo a la posición horizontal con la ayuda de un tornillo y guiados por un *nivel esférico de burbuja*.

El equipo debe estar provisto de un mecanismo manual para crear una velocidad de pivote de un grado sexagesimal cada segundo.

En dos muestras prismáticas

La muestra monolítica inicialmente prismática preparada en las dimensiones 90 mm × 45 mm × 100 mm debe ser cortada en la mitad en un plano horizontal a media altura para obtener dos muestras de 90 mm × 20 mm × 100 mm; asumiendo que a lo máximo se perdería 5 mm de material al pasar la sierra de corte. Es importante saber que la superficie lisa cortada **no debe ser pulida**.

Es importante que el corte sea realizado con *sierra circular* diseñada para corte de rocas, donde la parte cortante esté compuesta por una matriz de carburo de tungsteno con insertos de diamante sintético negro. El tamaño de los insertos de diamante no debe ser mayor al 20 % del tamaño medio de los minerales constituyentes de la roca. La cantidad de diamantes por volumen de matriz de carburo de tungsteno debe ser la apropiada para posibilitar un corte sin que ocurra un calentamiento excesivo de la matriz que haga que los diamantes fluyan o se pierdan.

En tres muestras cilíndricas

Este método fue propuesto por Stimpson (1981). En este caso se necesita tres cuerpos de prueba del mismo diámetro. Dos de los cuerpos de prueba se colocan sobre la plancha, uno al lado de otro en contacto, los cuales están trabados por el tope del equipo. El tercer cuerpo de prueba se coloca encina de ambos (Figura 3.11), el cual debe tener una altura igual o menor a los dos de abajo.

Ensayo

Una vez el prisma inferior (o los dos cilindros) esté(n) posicionado(s) encima de la plancha con uno de sus extremos apegado del retén

cerca del pivote, se posiciona la segunda parte del cuerpo de prueba (el prisma superior) por encima del inferior o se posiciona la tercera parte (el cilindro superior) por encima de los dos.

Con el mecanismo manual, que suele ser una manivela, se empieza a pivotar la plancha metálica (la mesa) a la velocidad cercana de un grado por segundo.

El ensayo termina cuando se observa que el prisma (cilindro) superior se ha desplazado respecto al prisma inferior (respecto a los dos cilindros inferiores). En ese instante se deja de pivotar la plancha; con la escala vertical que mide ángulos, se hace la lectura de la inclinación de la mesa.

Interpretación

Para las muestras prismáticas, el ángulo de fricción básico se calcula según la Ecuación 3.2, que resulta de un análisis físico básico del concepto de coeficiente de fricción μ entre dos superficies

$$\begin{aligned} \mu &= \tan \phi_{\mathrm{b}} = \tan \alpha_{\mathrm{s}}, \\ \phi_{\mathrm{b}} &= \alpha_{\mathrm{s}}. \end{aligned} \tag{3.2}$$

Para la muestras cilíndricas, el ángulo de fricción básico se calcula según la Ecuación 3.3, que tiene un factor de corrección como se puede observar a continuación:

$$\begin{aligned} \mu &= \tan \phi_{\mathrm{b}} = 1.155 \ \tan \alpha_{\mathrm{s}}, \\ \phi_{\mathrm{b}} &= \arctan \left(1.155 \ \tan \alpha_{\mathrm{s}}\right). \end{aligned} \tag{3.3}$$

Comentarios

La limitación en los cuerpos de prueba prismáticos es que por lo general son muy trabajosos de prepararlos.

En ambos métodos de ensayo descritos en el apartado de arriba, el resultado le corresponde al cuerpo de prueba que está por encima. El incremento del ángulo de la mesa se hace con una velocidad lenta de modo de no generar aceleración en el cuerpo de prueba. La precisión de lectura y del equipo se limita a sólo 1 °. Entrar a mayores precisiones de este valor no tiene sentido por la variabilidad del resultado y por la baja sensibilidad del ángulo de fricción total en el cálculo de la resistencia de la discontinuidad. El Cuadro 3.2 muestra a modo de referencia algunos valores del ángulo de fricción básico de superficies lisas de rocas.

Cuadro 3.2. Ángulos de fricción básico de rocas comunes Hoek & Bray (1981).

Clasificación según fricción	Nombre	ϕ_{b}
baja	esquisto, marga	20 ° a 27 °
media	tiza, neis, arenisca	27 ° a 34 °
alta	basalto, granito, caliza	34 ° a 40 °

3.5.2.1 Clasificación de la rugosidad

Tomando en cuenta tanto la ondulación y la aspereza, definidos arriba, la rugosidad de un plano de discontinuidad podría clasificarse en cuatro

categorías: ondulado-áspero, ondulado-liso, plano-áspero y plano-liso.

Si se quiere caracterizar por completo la rugosidad de una superficie de roca a partir de uno o el promedio de varios perfiles lineales, entonces se debe expresar como un par ordenado *el coeficiente fractal de Myers* y el *ángulo de fricción básica*: (Z_2, ϕ_{b}).

Capítulo 4
Macizo rocoso

4.1 Continuidad

Hoek & Brown (1980) mostraron que la continuidad es una característica dependiente del volumen de la zona de análisis. Deere et al. (1969) sugirieron que si la relación entre el espaciamiento de las discontinuidades con la dimensión lineal mayor de una cavidad subterránea es menor a una centésima, el macizo rocoso podría considerarse como medio homogéneo.

En este sentido, las discontinuidades del macizo rocoso serían sólo influyentes en su comportamiento mecánico a un determinado grado de conectividad de cada una de las discontinuidades y sus familias. El problema es el definir ¿hasta qué grado uno puede admitir continuidad o discontinuidad en el macizo rocoso?

Bray (1967) demostró que si el macizo rocoso contenía diez o más familias de discontinuidades su comportamiento podría aproximarse a un macizo rocoso de comportamiento continuo e isotrópico, con sólo 5 % de error por asumir esas condiciones equivalentes. Asimismo, si el macizo rocoso contiene muy pocas discontinuidades, se puede idealizar que se comporta como un medio continuo.

El concepto visto anteriormente acerca del efecto escala en el material rocoso (§ 2.7 y Fig. 2.1) sugiere que el material debe ser homogéneo en todas las escalas de los cuerpos de prueba ensayados (*i.e.* de una misma geometría) y que además las propiedades deben ser obtenidas por un mismo equipo y procedimiento. Si bien estos requisitos son posibles de cumplir a las escalas de los cuerpos de prueba, es imposible obtenerlos a las escalas de los macizos rocosos, ya que ciertas discontinuidades en éste serán visibles a diferentes escalas de apreciación (*i.e.* la homogeneidad del macizo rocoso depende del efecto escala).

El efecto escala también es posible nombrarlo cuando existe la influencia de las cantidades de familias de discontinuidades con el volumen del macizo rocoso; es decir, la *densidad de discontinuidades*.

Así, el concepto acerca del efecto escala para el macizo rocoso es aplicable si a este se lo considera como un medio discontinuo hasta un determinado volumen llamado *Volumen Elemental Representativo* (REV: *Representative Elementary Volume*). La Figura 4.1 muestra la posición del REV en la gráfica que relaciona el volumen de roca respecto a la resistencia a compresión uniaxial.

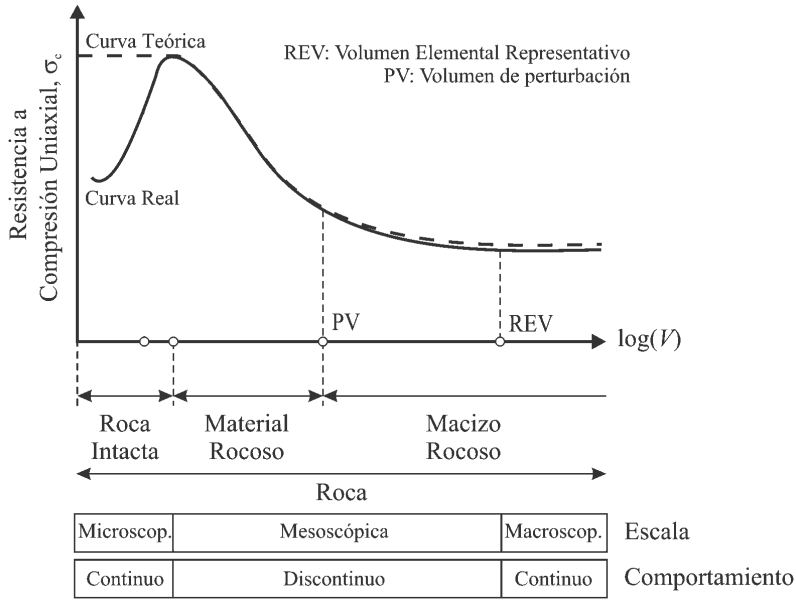


Figura 4.1. Definición del macizo rocoso según la resistencia a compresión uniaxial.

Por regla general de la práctica, se define que el *Volumen Elemental Representativo* (REV pero denotado como V_{rev}) es aquel volumen definido por

$$V_{\text{rev}} = \frac{5}{8}\pi \max(6\, d_{\max}^3, 10\, d_{\text{med}}^3);$$

donde $d_{\max}$ y d_{med} son los valores máximo y promedio de una distribución de tamaños representados por los diámetros equivalentes a una esfera de volumen igual al de los bloques de roca que podrían formarse en el macizo rocoso si sus discontinuidades al propagarse se convertirían en totalmente persistentes y forman bloques.

No obstante, el concepto de REV es aún más complejo como para simplificarse en una regla sencilla, por que en macizos rocosos muy diaclasados, donde incluso se presentan microfisuras en el material rocoso, el límite entre material rocoso y macizo rocoso es incierto o muy difícil de conocer.

La forma de abordar el problema del REV debe involucrar también un volumen tal que está siendo perturbado mecánicamente. Por ejemplo, Rajmeny et al. (2004), concluyeron que la resistencia a compresión uniaxial del macizo rocoso depende del factor escala del volumen de roca involucrada en el cambio de esfuerzos, que este valor mecánico puede decrecer en magnitud a un 24 % para un mismo macizo rocoso.

Con esta nueva información se amplía la definición del *Volumen Elemental Representativo* (REV) como el volumen límite (volumen frontera) a partir del cual el macizo rocoso deja de ser un medio de comportamiento discontinuo y pasa a uno continuo. Por tanto, la frontera en la que se había discutido acerca de la heterogeneidad y homogeneidad del macizo rocoso está relacionada con la frontera en la

que se diferencia entre un comportamiento en un medio discontinuo y un medio continuo.

A nivel de ensayos de laboratorio: *i.e.* el REV para material rocoso, Hudson & Harrison (1997) ya habían definido al REV como “el volumen de cualquier cuerpo de prueba que contiene suficiente número de inhomogeneidades como para que un valor promedio sea lo suficientemente consistente con la repetición del ensayo”. Esto ahora fue ampliado para definir el REV del macizo rocoso.

Los volúmenes de macizo rocoso mayores al REV están libres del efecto de escala y se considera al material a partir de este valor como continuo. Se puede definir también que el REV indica el mínimo volumen en el cual el macizo rocoso puede comportarse como un continuo equivalente.

El *volumen de perturbación mecánica* (o simplemente *volumen de perturbación* [PV] de las siglas en Inglés de *Peturbation Volume*) es el volumen de roca que será perturbado por un cambio esfuerzos debido a las actividades de ingeniería, *e.g.* transmisión de cargas externas o redistribución de esfuerzos en excavaciones subterráneas.

Se considera al PV como el volumen frontera entre el material rocoso y el macizo rocoso, pero este depende del volumen (tamaño) de la obra civil más sus características mecánicas que perturban un determinado volumen del macizo rocoso.

Si el volumen de perturbación del macizo rocoso es menor al REV, la ausencia o presencia de las discontinuidades es altamente variable e influyente en el comportamiento mecánico; pero si el volumen de perturbación es mayor al REV, sus propiedades pueden llegar a ser cada vez más representativos de un promedio.

El concepto de REV es aplicable para todas la propiedades de la roca que son dependientes de las discontinuidades (*e.g.* propiedades de resistencias en falla, propiedades de deformación, propiedades de flujo de agua) y genera una paradoja en el caso de la medida de los esfuerzos en sitio (Hudson & Harrison, 1997), ya que el esfuerzo en sitio se mide y está definido en un volumen que tiende a ser cero. En este sentido, se estaría obteniendo valores justo en el volumen de la roca donde más variabilidad tiene debido a la presencia de microdiscontinuidades y mesodiscontinuidades. De este modo, las medidas puntuales no son representativas del campo de esfuerzos que existe en un volumen de roca mayor al REV y esto sugiere que se debería hacer medidas de esfuerzos en sitio que impliquen volúmenes mayores al REV, *e.g.* medidas de esfuerzos en galerías de exploración de sección trasversal circular.

En este sentido, se debe estimar *a priori* un posible *volumen de perturbación* para especificar aquel volumen en los cuales se desprecian las posibles variaciones de esfuerzos. Windsor (1985) ha hecho medidas de esfuerzos en túneles circulares, que lo denominó el método de *sobreperforación de túnel*. Bajo este concepto, si se conociera el tensor de esfuerzos de un volumen mayor al REV y el PV, éste sería constante antes y después de la perturbación del macizo rocoso.

Se debe analizar si el REV escogido para el problema que se desea tratar es posible de definirlo; es decir, si se satisfacen las condiciones de considerar un medio continuo o no. En algunos casos, no es posible

definir el REV, por lo que el análisis del medio continuo no es posible y debe realizarse el análisis a través de modelos discontinuos.

En la Figura 4.2 se muestra el ejemplo donde se define el REV a partir también del PV.

El concepto de REV se aplica también al flujo de agua a través de la masa rocosa, más específicamente a la propiedad de flujo en medio continuo denominada *permeabilidad*. Para que exista el concepto de permeabilidad en la masa rocosa debe tenerse un medio que sea equivalente desde el punto de vista hidráulico a un material poroso, esto se alcanza en la roca intacta en la permeabilidad primaria y en el macizo rocoso en la permeabilidad secundaria.

El *volumen elemental representativo hidráulico* (HREV: *Hydraulic Representative Elementary Volume*) es el volumen en el cual la permeabilidad secundaria de la masa rocosa no es altamente variable. La permeabilidad secundaria varía con el volumen de la masa rocosa que se involucra en el análisis (*i.e. volumen de análisis hidráulico*, HAV [*Hydraulic Análisis Volume*]). Si el HAV es menor a al HREV, el concepto de permeabilidad deja de ser válido, mientras que si el HAV es mayor al HREV la permeabilidad en medio homogéneo y la continuidad son conceptos válidos.

La Figura 4.2 muestra esta situación, donde se aprecia existe gran variabilidad en la permeabilidad cuando el HAV es inferior al HREV. La permeabilidad se va estabilizando a medida que el HAV es mayor. El HAV debe ser mayor o igual al PV definido para el caso de esfuerzos, para encarar en el caso que sea necesario el análisis de *esfuerzos efectivos*.

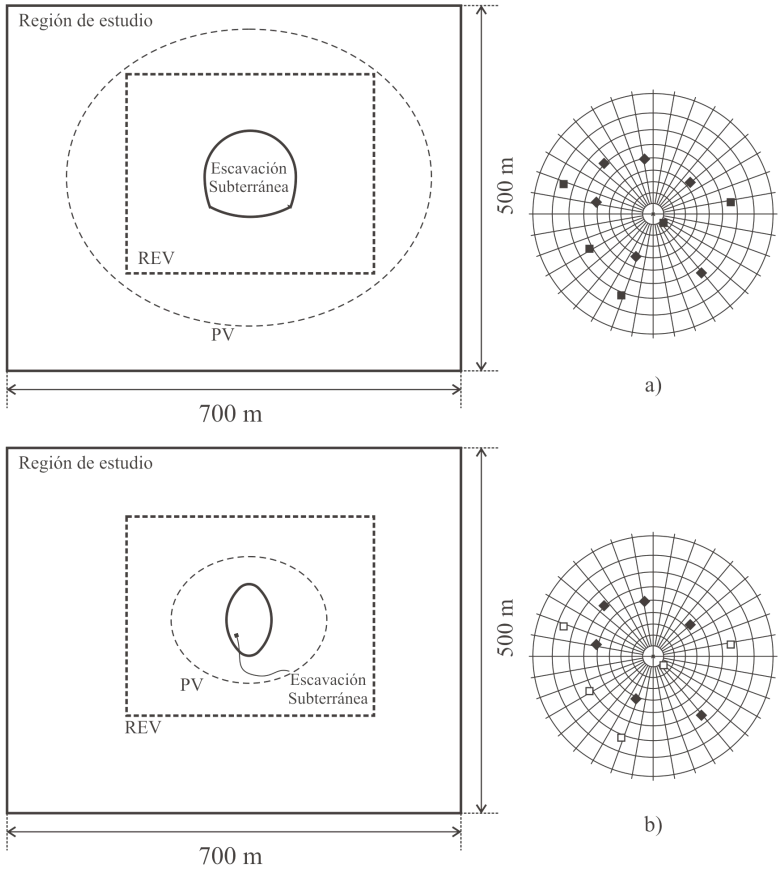


Figura 4.2. Ejemplo de cómo definir el REV: **a** En una misma región (de 700 m × 500 m) si el volumen de perturbación (PV) es mayor al volumen elemental representativo (REV) el macizo rocoso puede comportarse como continuo y todas las familias de discontinuidades están presentes (polos de color negro), **b** si el PV es menor al REV, el macizo rocoso se comporta como discontinuo y no todas las familias de discontinuidades (solo aquellos polos que están con negro) están presentes.

Desbarats (1992) describió un modelo geoestadístico para la conductividad hidráulica a escala de muestra (escala puntual) y a escala regional. El valor de la conductividad hidráulica a escala regional se obtuvo empíricamente como una función potencial de los valores puntuales. Una propuesta similar fue realizada por Sánchez-Vilá et al. (1996).

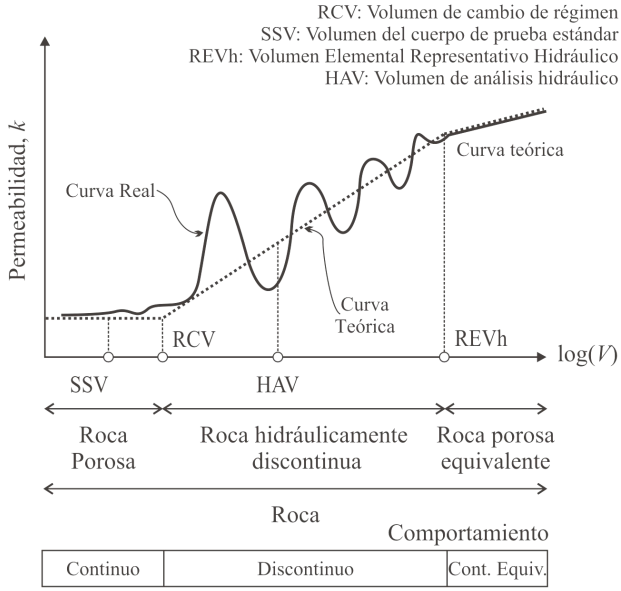


Figura 4.3. Volumen elemental representativo de la permeabilidad.

4.2 Índice de calidad de la roca

El índice de calidad de la roca, de siglas RQD proveniente del Inglés de *Rock Quality Designation* y con variable asignada como R_{qd}, es la relación de la suma de las longitudes recuperadas de **rocas íntegras** mayores a $0.1\,\mathrm{m}$ (*i.e.* $L_{\mathrm{rp}>0.10\mathrm{m}}$) respecto la longitud teórica que se debería recuperar en un trabajo de perforación con recuperación de núcleos (longitud de la corrida, longitud de la sarta), L_{c} (Ecuación 4.1),

$$R_{\mathrm{qd}} = \frac{\sum L_{\mathrm{rp}>0{,}10\mathrm{m}}}{L_{\mathrm{c}}}. \tag{4.1}$$

Las longitudes de *sarta* normalmente son estándares en valores $1.5\,\mathrm{m}$, $3.0\,\mathrm{m}$ y $4.5\,\mathrm{m}$.

Para obtener este índice se necesita como mínimo perforar con un extractor de núcleos de diámetro nominal NX (*i.e.* 54 mm donde se sigue un método normalizado para la extracción de núcleos, alojamiento y estudio; por ejemplo, la norma ASTM D6032: *Método para determinar la designación de la calidad de la roca (RQD) en núcleos* (ASTM D6032-08, 2008). La calidad del macizo rocoso puede clasificarse según el índice RQD de acuerdo con los límites que muestra el Cuadro 4.1.

Cuadro 4.1. Calidad de la roca respecto el valor R_{qd}.

Indice de calidad de la roca	Clasificación Macizo Rocoso
0 a 0.25	muy pobre
0.25 a 0.50	pobre
0.50 a 0.75	regular
0.75 a 0.90	buena
0.90 a 1	excelente

4.3 Calificación por el sistema RMR

El sistema de darle una nota (una calificación) a la calidad mecánica de un macizo rocoso a través del sistema RMR (de las siglas del Inglés de *Rock Mass Rating*) fue propuesto por Bieniawski (1973). Es un sistema que se usa especialmente para obras subterráneas tales como túneles y cavidades subterráneas de minas y obras civiles, así como también para el diseño de cimentaciones de edificaciones y taludes, todos en macizos rocosos.

En el sistema RMR se valora los puntajes en un intervalo de 0 a 100 puntos de las siguientes variables.

1. La condición del material rocoso a partir de su resistencia a compresión uniaxial (C_{ucs}), con una calificación mínima de 0 puntos y máxima de 15 puntos.
2. La densidad y la condición mecánica (pero no la orientación) de las discontinuidades (C_{d}), que se calcula a partir de tres nuevas variables.
    a. La designación de la calidad de la roca RQD (C_{rqd}), con una calificación mínima de 3 puntos y máxima de 20 puntos.
    b. El espaciamiento promedio de las discontinuidades (C_{s}), con un valor mínimo de 5 puntos y máximo de 20 puntos.
    c. La condición mecánica y de deterioro de las discontinuidades (C_{m}), con un valor mínimo de 0 puntos y máximo de 30 puntos.
3. El caudal, la presión del agua y las condiciones de saturación de las discontinuidades en el macizo (C_{a}), con un valor mínimo de 0 y máximo de 15 puntos.

El valor final numérico de esta calificación es la suma de las tres calificaciones arriba descritas (denotado aquí como R^{*}_{mr}), que se puede representar como una ecuación matemática del siguiente modo:

$$R^{*}_{\mathrm{mr}} = \sum_{i=1}^{n} C_i; \tag{4.2}$$

donde $i = \{\mathrm{ucs}, \mathrm{d}, \mathrm{a}\}$ es el conjunto de los subíndices de las tres calificaciones de las variables que ya fueron definidas arriba y donde $C_{\mathrm{d}} = C_{\mathrm{j}}$ para $j = \{\mathrm{rqd}, \mathrm{s}, \mathrm{m}\}$, también definidas.

Sin embargo, el valor de R^{*}_{mr} de la Ecuación 4.2 es el *valor no corregido* del RMR. Adicional a este valor se debe hacer una corrección: la corrección por la orientación de las discontinuidades respecto a la

orientación de la obra de infraestructura u objeto geotécnico, que la denotaremos como C_{o}. Esta calificación C_{o} tiene valores en valor absoluto de 0 a 60, pero son todas valores negativos como se observará en los Cuadros 4.14 a 4.16.

De este modo, el valor de RMR corregido, denotado como R_{mr} sería

$$R_{\mathrm{mr}} = R^{*}_{\mathrm{mr}} + C_{\mathrm{o}}. \tag{4.3}$$

En forma extensiva sería:

$$R_{\mathrm{mr}} = [C_{\mathrm{ucs}} + (C_{\mathrm{rqd}} + C_{\mathrm{s}} + C_{\mathrm{m}}) + C_{\mathrm{a}}] + C_{\mathrm{o}}. \tag{4.4}$$

Una vez obtenido el valor de RMR corregido, se hace una clasificación de acuerdo a seis grupos, descritos en el Cuadro 4.2.

Cuadro 4.2. Clasificación del macizo rocoso a partir de la calificación RMR.

Clase	Calidad de la roca	Valor de RMR
I	muy buena	81 — 100
II	buena	61 — 80
III	regular	41 — 60
IV	mala	21 — 40
V	muy mala	0 — 20

Con esta clasificación del macizo rocoso se puede tener una idea de las propiedades mecánicas o de su comportamiento equivalente a una túnel de sección rectangular de ancho L, según el Cuadro 4.3, tomado del Cuadro 3.5 de Brady & Brown (2005).

Cuadro 4.3. Comportamiento mecánico a partir de la calificación RMR.

Clase	Cohesión en GPa	Ángulo de fricción equivalente en °	Tiempo sin soporte de un ancho de túnel
I	> 0.4	45 °	20 años @ L=15 m
II	0.4 — 0.3	45 ° — 35 °	1 año @ L=10 m
III	0.3 — 0.2	35 ° — 25 °	0.02 años @ L=5 m
IV	0.2 — 0.1	25 ° — 15 °	1×10^{-3} años @ L=2.5 m
V	< 0.1	< 15 °	6×10^{-5} años @ L=1.0 m

4.3.1 Formas de estimar y deducir las calificaciones

4.3.1.1 Resistencia a compresión uniaxial

Se puede estimar la calificación por la resistencia a compresión uniaxial, que la denotaremos por C_{ucs}, por dos vías: conociendo el valor de la resistencia a compresión uniaxial por algún ensayo directo, *e.g.* ensayo de cuerpos de prueba o por algún ensayo indirecto, *e.g.* ensayos como el *índice de carga puntual simple*.

El Cuadro 4.4 muestra las calificaciones que se le puede dar conociendo el índice de carga puntual (ensayo indirecto) o la resistencia a compresión uniaxial (ensayo directo) del material rocoso.

Cuadro 4.4. Calificación por la resistencia a compresión uniaxial.

Índice de carga puntual, I_{50}	> 10 MPa	4 MPa — 10 MPa	2 MPa — 4 MPa	1 MPa — 2 MPa	no aplica		
Resistencia a compresión uniaxial, σ_{ci}	> 250 MPa	100 MPa — 250 MPa	50 MPa — 100 MPa	25 MPa — 50 MPa	5 MPa — 25 MPa	1 MPa — 5 MPa	< 1 MPa
Calificación, C_{ucs}	15	12	7	4	2	1	0

4.3.1.2 Densidad y la condición mecánica de las discontinuidades

Índice RQD

El Cuadro 4.5 muestra las calificaciones que se le da al macizo rocoso conociendo el valor de su RQD, que es un indicativo de la densidad lineal de discontinuidades. A la vez este, que de alguna forma, da una idea de la cantidad de volumen de discontinuidades respecto el volumen unitario de macizo rocoso.

Cuadro 4.5. Calificación por el RQD.

RQD	90 % — 100 %	75 % — 90 %	50 % — 75 %	25 % — 50 %	< 25 %
Calificación, C_{rqd}	20	17	13	8	5

El RQD depende y varía en un mismo macizo rocoso de la orientación del eje de exploración, *e.g.* orientación de pozo de perforación o la línea de rastreo en un afloramiento, por tanto es importante promediar varios RQD obtenidos en el macizo a diferentes orientaciones.

Espaciamiento promedio de las discontinuidades

El Cuadro 4.6 muestra las calificaciones que se le puede dar al macizo rocoso conociendo su espaciamiento promedio. Esta estimación es trabajosa, porque se debe hacer medidas de las orientaciones de las discontinuidades, conocer cuántas familias tiene y por cada familia determinar un espaciamiento promedio. Luego se resume a un valor representativo de todas las familias.

Cuadro 4.6. Calificación por espaciamiento promedio de las discontinuidades.

S	> 2 m	2 m — 0.6 m	0.6 m — 0.2 mm	0.2 m — 0.06 m	< 0.06 m
Calificación, C_s	20	15	10	8	5

Condición mecánica y deterioro de las discontinuidades

De similar forma que el anterior caso, el Cuadro 4.7 muestra las calificaciones que se le puede dar al macizo rocoso conociendo cuál es la condición mecánica y el deterioro de las discontinuidades.

Cuadro 4.7. Calificación por condición mecánica y deterioro de las discontinuidades.

M	Superficies muy rugosas impersistentes e inalteradas sin un espaciamiento definido ente ellas	Superficies levemente rugosas con espesor menor a 1 mm y condiciones de sus superficies levemente alteradas	Superficies levemente rugosas con espesor menor a 1 mm y condiciones de superficie alteradas	Superficies planas con estrías, con espesor menor a 5 mm pero presencia de arcilla o salvanda y persistentes	Superficies con relleno débil o blando dentro de un espesor mayor a 5 mm y persistentes
Calificación, C_{m}	30	25	20	10	0

Si bien, se puede calificar a esta variable “con una sola calificación final”, debido a que intervienen cinco influyentes variables en la condición mecánica y deterioro de las discontinuidades, se ha dividido la calificación en “cinco calificaciones parciales”, representadas en los Cuadros 4.8 a 4.11.

Cuadro 4.8. Calificación por longitud de persistencia de las discontinuidades.

Longitud de persistencia, l_{per}	< 1 m	1 m — 3 m	3 m — 10 m	10 m — 20 m	> 20 m
Calificación, $C_{\mathrm{m,per}}$	6	4	2	1	0

Cuadro 4.9. Calificación por abertura de las discontinuidades.

Abertura (espesor), e_{per}	< 0.01 mm	< 0.1 mm	0.1 mm — 1 mm	1 mm — 5 mm	> 5 mm
Calificación, $C_{\mathrm{m,apt}}$	6	5	3	1	0

Cuadro 4.10. Calificación por rugosidad de las discontinuidades.

Rugosidad, de preferencia clasificada por J_{rc}	muy rugosa	rugosa	ligeramente rugosa	ondulada	suave
Calificación, $C_{\mathrm{m,jrc}}$	6	5	3	1	0

Cuadro 4.11. Calificación por resistencia mecánica inconfinada del relleno de las discontinuidades.

<table>
<tr><td rowspan="2">Resistencia mecánica del relleno, de preferencia clasificada a partir del c_{u}</td><td rowspan="2">no aplica</td><td colspan="2">duro</td><td colspan="2">blando</td></tr>
<tr><td colspan="2">1000 kPa — 200 kPa</td><td colspan="2">< 200 kPa</td></tr>
<tr><td>Espesor del relleno, e_{fill}</td><td>sin relleno</td><td>< 5 mm</td><td>> 5 mm</td><td>< 5 mm</td><td>> 5 mm</td></tr>
<tr><td>Calificación, $C_{\mathrm{m,fill}}$</td><td>6</td><td>4</td><td colspan="2">2</td><td>0</td></tr>
</table>

La resistencia mecánica del relleno de la discontinuidad se aconseja obtenerla de ensayos indirectos para estimar la *resistencia mecánica inconfinada de suelo* en estado indrenado (*i.e. unconfined and undrained*

strength), denotada en muchos libros como c_{u}. Existe al menos dos ensayos indirectos en campo: el micromolinete (*shear vane*) y el penetrómetro de bolsillo.

Cuadro 4.12. Calificación por alteración de las superficies de las discontinuidades.

Alteración químico mecánica, a_{indx}	inalterada	ligeramente inalterada	moderadamente inalterada	muy alterada	descompuesta
Calificación, $C_{\mathrm{m,alt}}$	6	5	3	1	0

4.3.1.3 Condición del agua subterránea

Esta calificación toma en cuenta la presión y el caudal de agua que el macizo rocoso sale en un determinado volumen de macizo. En el caso extremo y en el caso somero toma en cuenta si está seco, húmedo o saturado. El Cuadro 4.13 muestra las calificaciones con relación a la condición del agua en el macizo,

Cuadro 4.13. Calificación por la condición del agua en el macizo.

Relación presión del agua sobre la magnitud del máximo esfuerzo principal mayor, r_{p}	0	0 — 0.2	0.1 — 0.2	0.2 — 0.5	> 0.5
Caudal de agua en 10 m de longitud de galería en [$dm^3 m^{-1}$]	0	< 10	10 — 25	25 — 125	> 125
Condiciones de humedad o saturación de las discontinuidades	discontinuidades completamente secas	discontinuidades ligeramente secas	discontinuidades húmedas a saturadas	agua fluyendo en forma de goteo	agua fluyendo intermitentemente
Calificación	15	10	7	4	0

La forma de estimar la presión del agua en las discontinuidades es a partir de *la relación de la presión respecto al esfuerzo principal mayor* (denotado por r_{p}), ambos dados en megapascales de preferencia; es decir,

$$r_{\mathrm{p}} = \frac{p}{\sigma_{1\max}}; \tag{4.5}$$

donde p es la presión del agua y $\sigma_{1\max}$ es el máximo esfuerzo principal mayor presente en el área de influencia de la obra en el macizo.

4.3.1.4 Corrección por orientación de las discontinuidades respecto a la infraestructura

En las siguientes tres secciones internas a esta, se muestra los cuadros de las calificaciones que se le tiene que dar a tres tipos de infraestructura

que son de común desarrollo en macizos rocosos: cavidades subterráneas, taludes y cimentaciones en terrenos con pendiente. Sin embargo, en los tres casos se debe deducir si la orientación de una o varias familias de discontinuidades son de favorables a desfavorables respecto a la orientación de algún eje (o más de un eje) representativo de la infraestructura.

El autor de este sistema de calificación comenta en su artículo (Bieniawski, 1973), referente a la influencia que tienen las orientaciones de las discontinuidades en el macizo, relativos a la infraestructura, lo siguiente.

> The importance of strike and dip orientations is obvious in engineering problems dealing with the stability of rock slopes or rock foundations but even in the case of tunnels the combined relative effect of strike and dip orientations and the direction of tunnel drive is of significance for tunnel support determination.
>
> Elaborate classification systems may be devised for full appraisal of the effect of strike and dip orientations on the behaviour of a rock mass, but practical experience dictates that qualitative assessment, such as the 'favourable' or 'unfavourable' conditions can suffice for most practical situations.

En la primera oración se resalta la importancia de analizar la orientación de las discontinuidades relativos a taludes, cimentaciones y túneles. En la segunda oración, lo que llama la atención es que dice: … “debe ser concebido por pura apreciación” … “la experiencia práctica dicta que la estimación cualitativa, de las condiciones favorable o desfavorable pueden ser suficientes para la mayoría de las situaciones prácticas”. Pero no da en el resto del artículo mayores detalles o herramientas para deducir aquello.

A continuación, se muestra los cuadros de calificaciones que se le tiene que dar al esquema RMR, una vez deducido la pertinencia de la relación infraestructura y orientaciones de discontinuidades en el macizo rocoso.

Cavidades subterráneas

Debido a que el RMR fue creado para la clasificación del macizo rocoso de obras subterráneas y especialmente aplicadas a la minería, esta variable que se califica evalúa la orientación de las *familias de discontinuidades* (la más prevalesciente y la más desfavorable) respecto la orientación del *eje principal* (eje longitudinal) de la abertura subterránea. El Cuadro 4.14 muestra las calificaciones que se le da por la relación en las orientaciones de las discontinuidades con el eje principal de la cavidad subterránea (CS de las siglas en Español o UC de las siglas en Inglés de *underground cavity*), *e.g.* túnel, galería.

Cuadro 4.14. Calificación por orientación relativa de discontinuidades y cavidad subterránea.

Condición de la orientación de la familia más prevalesciente relativo al eje longitudinal de la CS	muy favorable	favorable	indiferente	desfavorable	muy desfavorable
Calificación para la CS, $C_{\mathrm{o,uc}}$	0	-2	-5	-10	-12

Taludes

También se ha propuesto la aplicación del RMR para taludes, en este caso se debe evaluar la condición favorable o desfavorable de la orientación relativa de las discontinuidades con la *orientación de la cara del talud*. El Cuadro 4.15 muestra las calificaciones que se le da por la relación de la orientación de las discontinuidades con la orientación de la cara del talud.

Cuadro 4.15. Calificación por orientación relativa de discontinuidades y cara del talud.

Condición de la orientación de la familia más prevalesciente relativo a la cara del talud	muy favorable	favorable	indiferente	desfavorable	muy desfavorable
Calificación para el talud, $C_{\mathrm{o,slope}}$	0	-5	-25	-50	-60

Cimentaciones

Del mismo modo al caso de taludes, se ha propuesto la aplicación del RMR a cimentaciones de presas y edificaciones en terrenos con pendiente. El Cuadro 4.16 muestra las calificaciones que se le da por la relación de la orientación de las discontinuidades con la orientación de la cara del talud cercano a la cimentación y la orientación de la fuerza que se aplica sobre la cimentación. A estas dos condiciones de la cimentación: talud adyacente a la cimentación más la orientación de la carga de la cimentación, las llamaremos *sistema de cimentación* (SisFund del acrónimo en Español o FoundSys del acrónimo en Inglés de *Foundation System*), que no se usa las siglas SF o FS para que no se confunda con las siglas que se usa para *factor de seguridad* o *safety factor*.

Cuadro 4.16. Calificación por orientación relativa de discontinuidades y orientación del sistema de cimentación.

Condición de la orientación de la familia más prevalesciente relativo a sistema de cimentación	muy favorable	favorable	indiferente	desfavorable	muy desfavorable
Calificación para el SisFund, $C_{\mathrm{o,foundSys}}$	0	-2	-7	-15	-25

4.3.2 Efectos de la orientación de las discontinuidades respecto a una obra

Este efecto es tratado por separado por que la influencia de la orientación de las discontinuidades depende de la obra relacionada al macizo rocoso; sea un túnel, una mina, un talud o la cimentación de una estructura.

En el Cuadro 3.6 de Brady & Brown (2005) (página 80), haciendo referencia a Bieniawski (1989) (Cuadro 4.2, página 59; donde se menciona que es una modificación de Wickham et al. 1972), se muestra los efectos que pueden tener la orientación de las discontinuidades con el eje principal de una cavidad subterránea; como es por ejemplo, un túnel. El cuadro original se ha reescrito aquí en el Cuadro 4.17 y se ha interpretado los límites y clasificaciones en diagramas de proyección estereográfica (Figura 4.4) para los tres casos: cuando el rumbo de la discontinuidad es perpendicular al eje del túnel (vista en planta) y su buzamiento es el el mismo sentido del avance del túnel; cuando el rumbo de la discontinuidad es perpendicular al eje del túnel (vista en planta) y su buzamiento es de sentido contrario al avance del túnel; cuando el rumbo de la discontinuidad es paralelo al eje del túnel (vista en planta).

Cuadro 4.17. Efecto del rumbo y buzamiento de una discontinuidad en un túnel.

Rumbo perpendicular al eje del túnel			
Avance del túnel hacia la dirección de buzamiento		**Avance del túnel en contra de la dirección del buzamiento**	
Buzamiento entre 45 ° a 90 °	Buzamiento entre 20 ° a 45 °	Buzamiento entre 45 ° a 90 °	Buzamiento entre 20 ° a 45 °
muy favorable	favorable	condición regular (ni favorable ni infaborable)	infavorable
Rumbo paralelo al eje del túnel			
Buzamiento entre 45 ° a 90 °	Buzamiento entre 20 ° a 45 °	Buzamiento entre 0 ° a 20 ° sin importar la dirección de rumbo	
muy infavorable	condición regular (ni favorable ni infaborable)		

En la Figura 4.4 se muestra estos tres casos fusionadas en una sola gráfica, donde se clasifica en condiciones muy favorables (blanco), favorable (gris claro), infavorable (gris oscuro) y muy infavorable (negro) a aquellas regiones donde los polos de los planos de discontinuidades caen en ellas; esto respecto a la *dirección de avance del frente del túnel*, que en este caso apunta hacia el Norte, *i.e.* acimut 000.

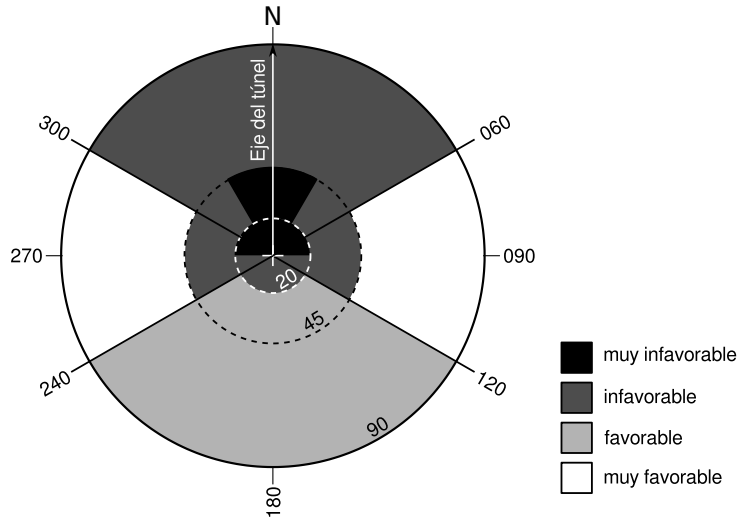


Figura 4.4. Casos de discontinuidades favorables a infavorables de la alineación de un túnel en el diagrama estereográfico (hemisferio sur): donde se ubique el *polo de una discontinuidad* definirá si esta es favorable a infavorable respecto al frente de avance de túnel; es este caso avanzando al norte.

Para evaluar la influencia de la orientación de las discontinuidades en obras tales como taludes y cimentaciones, refiérase a los textos de Romana (1985) y Bieniawski & Orr (1976), respectivamente.

Para macizos rocosos sometidos a bajos estados de esfuerzos, la corrección por orientación de las discontinuidades es suficiente, pero si en adición el macizo rocoso está bajo altos estados de esfuerzos es necesario tomar en cuenta la dependencia de los esfuerzos en las discontinuidades y en el material rocoso.

4.3.3 Comentarios sobre el sistema de clasificación

Se comenta lo siguiente sobre el sistema RMR.

1. La clasificación de Bieniawski es en la actualidad una de las más utilizadas, habiéndose adaptado para obras de infraestructura subterránea muy diversas donde interviene el macizo rocoso.
2. Los resultados de esta clasificación son conservadores, esto significa que los sostenimientos propuestos están sobredimensionados.
3. El conjunto de macizos en los que se puede aplicar con buenos resultados esta clasificación es limitado. Las predicciones del RMR suelen resultar más acertadas en los macizos de calidad media.
4. Por ser el RMR calculado por la suma de varias calificaciones discontinuas, el índice presenta sesgos y saltos de continuidad haciendo al resultado un valor no muy sensible.
5. El RMR evalúa por separado el RQD y el espaciamiento de las discontinuidades; se deduce que la densidad de discontinuidades se podría estar evaluando dos veces de forma distinta.
6. La resistencia mecánica a compresión del material rocoso puede alcanzar un valor máximo de 15 puntos en el RMR. Esto puede ser excesivo en algunos casos o insuficiente en otros.

7. Esta clasificación no considera el estado de esfuerzos al que está sometido el macizo y por tanto la profundidad de la excavación no está influyendo en el resultado del RMR.

Sin embargo, el sistema da una completa idea de la calidad del macizo rocoso, porque toma en cuenta todas las variables que hacen reducir a las propiedades intactas de la roca. Es un sistema que a dado peso a la influencia del agua, su presión y caudal en el comportamiento mecánica de la roca, así como a la presencia de las discontinuidades.

4.4 Meteorización mecánica

La meteorización mecánica o física es particularmente efectiva en regiones climáticas que experimentan cambios diurnos significativos de temperatura. Esto no implica necesariamente que exista un intervalo amplio de temperaturas, ya que la acción de congelar y deshelar (descongelar) el agua puede ocurrir en intervalos más cortos.

Con respecto a la *susceptibilidad* que tiene la roca a congelarse, su porosidad juega un papel importante, así como el tamaño de los intersticios, la conectividad de estos y el grado de saturación.

Cuando el agua se convierte en hielo, ésta incrementa en volumen hasta 9 %, dando lugar a un incremento en la presión entre los intersticios. Esta acción es posteriormente realzada por el desplazamiento del agua en los intersticios más allá del frente de hielo que se desarrolla (cuando se forma el hielo, que ocupa mayor volumen que su estado líquido, el volumen de agua no congelado debe salir). Una vez que el hielo se forma, las presiones de éste rápidamente incrementan con el decremento de la temperatura; de este modo, en alrededor de los -22 °C el hielo puede ejercer una presión de alrededor de los 200 MPa (Winkler, 1973).

Usualmente las rocas de grano grueso soportan mejor la acción de congelado que las rocas de grano fino. Asimismo, el tamaño crítico de intersticios para la durabilidad de congelado y descongelado parece ser de alrededor de 0.005 mm. En otras palabras, las rocas con diámetros promedio mayores posibilitan el drenaje hacia afuera y el escape del fluido del avance frontal de la línea de hielo; por lo tanto, es menos susceptible al daño por congelamiento.

A parte de la ya mencionada importancia de la cantidad del espacio en los intersticios y la continuidad del sistema de los intersticios, la *estructura de los intersticios* (el arreglo espacial) gobierna el grado de saturación y la magnitud de los esfuerzos que pueden ser generados durante el congelamiento.

Las rocas de grano fino tienen 5 % de **agua adsorbida** y son comúnmente muy susceptibles al daño por congelamiento, mientras que aquellas con menos del 1 % de agua adsorbida son más durables.

La acción alternada de congelamiento y fundición causa destrucción, roturas, nuevas juntas y el ensanchamiento de algunos espacios en los intersticios. A media que el proceso avanza, se rompen gradualmente **detritos angulares** del *cuerpo parental* de la roca.

Por ejemplo, en el caso de las rocas porosas que constituyen algunos edificios históricos hechos de bloques de areniscas, la falla ocurre si el

agua en los intersticios excede en un cierto contenido crítico, causando expansión durante el congelamiento.

Los **contenidos críticos** de agua suelen variar de 75 % a 96 % del total del volumen de los intersticios. La rapidez con la que el contenido de *agua crítica* es alcanzada depende del grado de saturación inicial de la roca y la habilidad de absorber mayor cantidad de agua durante la fundición.

Los franceses han inventado un ensayo para estimar el contenido de *agua crítica* en donde las muestras se sumergen en agua durante 22 horas y luego se someten éstas a ciclos de congelado y fundición hasta que ocurra la rotura de material.

Durante este estado, el agua adicional es absorbida mientras está dentro del agua (Honeyborne, 1983). Se miden los cambios de longitudes de las muestras bajo la influencia del congelamiento desde 20 °C hasta -15 °C. Si las muestras se contrajeron, entonces el contenido de agua crítico no ha sido alcanzado y el daño por congelamiento es improbable.

Los franceses usan otros dos ensayos más para estimar el potencial de daño por congelamiento, que se describen a continuación.

1. En el primer método, las muestras son también sometidas a ciclos de congelado en aire y descongelado en agua. No obstante, el estado de las muestras se determina después de cierto número de ciclos, midiendo el valor dinámico del **módulo de Young**. Mientras más bajo sea este valor, mayor es la degradación sufrida por la muestra.
2. El segundo ensayo es indirecto, basado en la medida de la porosidad y el **coeficiente de capilaridad** (*i.e.* la razón del volumen de agua absorbida en 48 horas con el volumen de espacios vacíos). Estos dos valores proveen una indicación indirecta de la dimensión de los intersticios y por lo tanto del grado de la susceptibilidad al congelamiento. El valor de estos ensayos fueron cuestionados en Gran Bretaña y se tiene la tendencia de no ser usados (Leary, 1983).

Los efectos mecánicos de la meteorización se observan bien en los desiertos, donde los amplios intervalos diurnos de temperatura causan que las rocas se expandan y se contraigan. Debido a que las rocas son pobres conductores de calor, estos efectos se localizan en sus capas exteriores donde la expansión y contracción alternadas crean esfuerzos con eventuales roturas de la roca. En este sentido las *hojuelas de roca* se rompen hacia fuera del material parental, cuyo proceso se denomina *exfoliación*. Los efectos de la exfoliación se concentran en las esquinas y contornos de la roca, por lo tanto los afloramientos angulosos gradualmente se convierten en afloramientos redondeados. Adicionalmente los minerales poseen diferentes coeficientes de expansión y expansiones diferenciales, donde la *fábrica de roca polimineralica* genera esfuerzos en los contactos de los granos y dan origen a la desintegración granular.

La humedad en la roca actúa como un agente perjudicial así como transportador de sales. El movimiento capilar en la roca puede ser extensivo y en las caras de las rocas el máximo ascenso de la capilaridad puede estar indicado por la presencia de la eflorescencia de un aro

blanco o un contorno marginal seco. La humedad involucrada en el movimiento capilar no se mueve como flujo libre afuera de los espacios capilares. Usualmente las areniscas tienen un sistema de capilaridad más consistente que las rocas carbonatadas.

La acción repetida de humedecer y secar juntamente con la fuerza expansiva del agua puede representar una influencia negativa, especialmente en los intersticios de una roca con una resistencia a tracción baja. Por ejemplo, cuando la temperatura de agua se eleva de 0 °C a 60 °C, ésta se expande por alrededor de 1.5 %, ejerciendo una presión de hasta 50 MPa dentro de los intersticios. Una diferencia de temperaturas diurnas de 40 °C puede desarrollar esfuerzos de alrededor de 25 MPa. De ahí la expansión y contracción del agua en tubos capilares delgados puede producir suficiente presión para destruir muchos de los tipos de roca en tan solo un año. Más aún, el agua en los intersticios de los granitos pueden causar expansión variando de 0.0004 % a 0.009 %, en mármoles de 0.001 % a 0.0025 % y en areniscas cuarzosas de 0.01 % a 0.044 %. Una expansión significativa puede ocurrir en algunas dolomitas como resultado de lo que se ha denominado *destrucción por humedad*. Esto toma lugar cuando el contenido de mineral de arcilla es segregado en bandas delgadas que inhiben el agua.

Las sales solubles que están en los intersticios de la roca tienden a moverse hacia la superficie. Las sales más solubles, no obstante, como algunos cloruros y sulfatos, se mueven afuera y dentro de la roca con cambios en gradientes de meteorización y humedad. Las sales más solubles se cristalizan cerca o en la superficie. Algunas eflorescencias superficiales suelen contener sales potencialmente dañinas tales como sulfatos de calcio, de magnesio y de sodio. El desarrollo de subflorescencias justo detrás de la superficie pueden dar lugar a la piel externa de una roca, perdiendo su soporte y exfoliándose. Nuevamente, los sulfatos de calcio y los sulfatos de magnesio están entre las sales más comunes.

La resistencia al daño por cristalización así como el daño por congelamiento es enteramente dependiente de la estructura interna de la roca y decrece a medida que la proporción de intersticios finos incrementa. Las presiones que se producen durante la cristalización en los intersticios pequeños son apreciables, por ejemplo, el yeso ($\mathrm{CaSO_4 \times n\,H_2O}$) ejerce una presión de hasta 100 MPa; la anhydrita ($\mathrm{CaSO_4}$) de 120 MPa, la kieserita ($\mathrm{MgSO_4 \times n\,H_2O}$) de 100 MPa y la Halita ($\mathrm{Na\,Cl}$) de 200 MPa; esto es suficiente para causar el desbaratamiento (*disruption*) de la roca.

El desbaratamiento en la roca también puede ocurrir debido a considerables contrastes en la expansión térmica de las sales en los intersticios. Por ejemplo, la halita se expande por alrededor de 0.5 % de 0 °C a 60 °C, que puede conllevar al deterioro (o decaimiento *decay*) de la roca.

Debido a que la cristalización de las sales en los espacios de los intersticios es una causa principal del deterioro de la roca, especialmente en atmósferas urbanas, el ensayo de firmeza (*soundness*) por cristalización del sulfato se usa para estimar tal desempeño. Esto es generalmente precedido por un ensayo de inmersión en ácido. El primer paso del último ensayo mencionado involucra sumergir las muestras por diez días en ácido sulfúrico con una densidad de 1.145 Mg m^{-3}. Las

rocas que no son afectadas por el ensayo se consideran que son resistentes al ataque de la lluvia ácida. Un ensayo más severo consiste en sumergir muestras en ácido sulfúrico a una densidad de 1.306 Mg m^{-3}. La experiencia muestra que este ensayo es valioso cuando es necesario determinar rocas altamente durables. Si la roca sobrevive al ensayo de inmersión en ácido, se somete al ensayo de cristalización.

En el ensayo de *firmeza por cristalización*, la resistencia general a la meteorización se estima empapando la roca en una solución de sal y luego secándola en horno. La repetida cristalización de las sales en los intersticios durante la fase de secado simula el proceso natural de meteorización. Las condiciones del ensayo han sido estandarizadas en diferentes normas, donde se usa tanto el sulfato de magnesio como el sulfato de sodio. El sulfato de sodio se usa usualmente porque es más barato. En este sentido se puede usar una solución saturada o una solución al 15 %. La solución saturada es muy agresiva y solo se recomienda usar cuando las condiciones de meteorización son particularmente severas o se espera que la roca tenga una vida particularmente larga.

El ensayo de *firmeza por cristalización* se lleva a cabo hasta en seis muestras cúbicas (usualmente con lados entre 40 mm y 50 mm). Las muestras se secan a horno a 105 °C hasta que éstas alcancen un peso constante. Después de ser enfriadas, las muestras son completamente sumergidas en una solución de sulfato de sodio decahidratado al 15 % (la gravedad especifica de la solución a 20 °C es 1.055) por dos horas, manteniendo la temperatura de la solución a 20 °C. Luego las muestras se secan en un horno que tiene una humedad relativa alta en los primeros estados de secado y la temperatura de las muestras se eleva gradualmente hasta 105 °C en 10 a 15 horas. Todas la muestras se dejan en el horno por al menos 16 horas, luego se enfrían a temperatura ambiente, después se sumergen en una nueva solución de sulfato de sodio. Las muestras se someten a quince ciclos de inmersión y finalmente después: se remueve todo el sulfato, se las seca y se pesan para determinar la pérdida de masa.

Los resultados se reportan en términos de pérdidas de masa expresada como un porcentaje de la masa inicial seca o como el número de ciclos necesarios para producir la falla, en el caso de que las muestras estén muy fracturadas para ser pesadas antes de completarse el décimo quinto ciclo. Las conclusiones que relacionan la durabilidad se obtienen comparando los resultados de los ensayos obtenidos con el desempeño de la roca cuyo comportamiento de meteorización sea conocida.

4.5 Meteorización química

La meteorización química conlleva la alteración mineral y la disolución de rocas. La alteración es afectada principalmente por oxidación, hidratación, hidrólisis y carbonatación; mientras que la disolución es llevada a cabo por aguas acidificadas o alcanizadas. La meteorización química también ayuda a la desintegración de la roca debilitando la fábrica de la misma y aumentando cualquier debilidad estructural, ya sea leve, que pueda poseer.

Cuando ocurre la descomposición en una roca, el material alterado frecuentemente ocupan un mayor volumen respecto a aquel que se

deriva y en el proceso se generan esfuerzos. Si este hinchamiento ocurre en las capas externas de la rocas, éste causa que se despeguen del cuerpo parental.

En aire seco, las rocas se descomponen muy lentamente. La presencia de humedad acelera la tasa en forma tremenda; primero, porque el agua por sí sola es un agente efectivo de meteorización y segundo, porque ésta sostiene substancias en solución que reaccionan con los minerales componentes de la roca. Las más importantes de estas substancias es el oxígeno libre, dióxido de carbono, ácidos orgánicos y ácidos de nitrógeno.

El oxígeno libre es un agente importante en la descomposición de todas las rocas que contiene substancias oxidantes; el hierro y el azufre son especialmente susceptibles. La tasa de oxidación se acelera por la presencia de agua. Efectivamente el agua puede entrar en una reacción por sí sola; por ejemplo, en la formación de hidratos. No obstante, su rol es sobre todo de un catalizador.

El ácido carbónico se produce cuando el dióxido de carbono se disuelve en agua y posee un valor de pH de alrededor de 5.7. La principal fuente de dióxido de carbono no es la atmósfera sino el aire contenido en los espacios intersticiales en el suelo, donde su proporción puede ser de cientos de veces más que aquel de la atmósfera. Una concentración anormal de dióxido de carbono es liberada cuando la materia orgánica se descompone. Asimismo, los *ácidos húmicos* se forman de la descomposición del humus en las aguas de un suelo. El agua de un suelo ordinario puede tener valores de pH entre 4.5 y 5.0, pero ocasionalmente éstos pueden estar por debajo de 4.0. Los ácidos de nitrógeno, $\mathrm{HNO_3}$ (ácido nítrico) y $\mathrm{NH_2^-}$ (anión azanida) se forman por la putrefacción orgánica o acción bacterial en los suelos. Ellos forman solo una parte en el proceso de la meteorización.

En regiones volcánicas y en las zonas de oxidación de depósitos sulfurosos, los ácidos: sulfuroso y sulfúrico ($\mathrm{H_2SO_3}$ y $\mathrm{H_2SO_4}$, respectivamente) llegan a ser importantes. En algunos lugares el valor de pH del suelo puede ser reducido debajo de 1.0.

Las reacciones más simples que toman parte en la meteorización química son la *disolución de minerales solubles* y la adición de agua en las substancias para formar hidratos. Las soluciones comúnmente contemplan ionización; por ejemplo, esto ocurre cuando se meteorizan los depósitos de sal y de yeso, además que en rocas carbonatadas.

La hidratación y la deshidratación ocurre en ciertas substancias, un común ejemplo pueden ser el yeso y la anhidrita:

$$\mathrm{CaSO_4 + 2\,H_2O = CaSO_4 \times 2\,H_2O}$$
$$\mathrm{\text{anhidrita} + \text{agua} = \text{sulfato de calcio} \times \text{agua};}$$

donde $\mathrm{CaSO_4 \times 2\,H_2O}$ es el yeso. La anterior reacción produce un incremento en volumen (Cuadro 4.18) y de este modo causa que las rocas encerradas sean separadas por una acción de tipo cuña. Estas reacciones son lentas y aquellas que involucran óxidos férricos e hidratos son inclusive más lentas. Los óxidos de hierro y los hidratos son productos de la meteorización, usualmente los óxidos tiene un color rojo sombreado y los hidratos un color amarillo a marrón oscuro.

Cuadro 4.18. Expansión del cristal sólido por la alteración del mineral (Taylor, 1988)

Material original	Mineral que se forma	Incremento de volumen (%)
Pirita, FeS_2	Jarosita	115
	Melanterita	350
	Sulfato Ferroso Anhidro	350
Calcita, $CaCO_3$	Yeso	103
	Bassanita	189
Illita, $KAl_2Si_30_8(OH)_2$	Jarosita	10
	Alunita	8

Los componentes del azufre son fácilmente oxidados por la meteorización. Debido a la hidrólisis del ion metálico disuelto, las soluciones que se forman de la oxidación de los sulfuros son ácidas. Por ejemplo, cuando la pirita se oxida inicialmente, se forma el sulfato ferroso y el ácido sulfúrico. La oxidación subsiguiente posibilita la formación del sulfato férrico. Se forma el óxido férrico muy insoluble u óxido hidratado si se producen condiciones altamente ácidas.

$$\mathrm{FeS_2\,(pirita) + H_2O + 7(O) = FeSO_4 + H_2SO_4}.$$

$$\mathrm{FeSO_4 + (O) + H_2SO_4 = Fe_2(SO_4) + H_2O}.$$

$$\mathrm{FeS_2\,(pirita) + 15(O) + 4\,H_2O = Fe_2(O_3) + 4\,H_2SO_4}.$$

El sulfato ferroso puede reaccionar con la Illita para formar Jarosita que también involucra una expansión en volumen (Cuadro 4.18).

Posiblemente los ejemplos más familiares de las rocas expuestas al ataque químico son las calizas y las rocas dolomíticas. Las soluciones de carbonatos, especialmente el carbonato de calcio y de magnesio, se debe principalmente a la formación del ácido carbónico débil en los horizontes de suelo donde el CO_2 se disuelve con el agua. El carbonato de calcio es fácilmente soluble en el agua que se provee, donde existe un abundante suministro de H^+ y la disociación del ácido carbónico, H_2CO_3, representa la mayor fuente de H^+. La serie de ecuaciones que expresan las variadas reacciones son como sigue:

$$\mathrm{CO_2 + H_2O \rightarrow H_2CO_3 \rightarrow H^+ + HCO_3^-},$$

$$\mathrm{HCO_3^- \rightarrow H^+CO_3^{2-}},$$

$$\mathrm{CaCO_3 + H^+ \rightarrow Ca + HCO^{3-}}.$$

Si existe abundante dióxido de carbono en el agua subterránea, la disociación solo continua hasta la fase de formación del bicarbonato. Por el otro lado, si el valor del pH se incrementa, debido a la extracción del CO_2, entonces incrementa la razón de los iones carbonato con el de bicarbonato; el carbonato de calcio puede ser precipitado.

En agua, con una temperatura de 25 °C, la solubilidad del carbonato de calcio está entre los rangos de 0.01 g l^{-1} a 0.05 g l^{-1}, dependiendo del grado de saturación con el dióxido de carbono. La dolomita es algo menos soluble que la caliza. Cuando una roca carbonatada se somete a la disolución, cualquier material insoluble presente en ésta se queda atrás.

La meteorización de los minerales de silicatos es principalmente un proceso de hidrólisis. Mucho del sílice que se desprende por la meteorización forma ácido silícico, pero cuando es liberado en grandes cantidades algo de éste puede formar sílice coloidal o sílice amorfo. Como se observó arriba, los silicatos máficos usualmente se deterioran más rápido que los silicatos félsicos y en el progreso ellos liberan magnesio, hierro y menores cantidades de calcio y álcalis. El olivino es particularmente inestable, descomponiéndose para formar serpentina, que en formas subsiguientes de meteorización forma talco y carbonatos. La clorita es el producto de alteración más común de la augita (el piroxeno principal) y de la hornblenda (la anfíbol principal).

Cuando se someten a una meteorización química, los feldespatos se descomponen para formar minerales de arcilla, éstos últimos son consecuentemente los productos residuales más abundantes. El proceso está afectado por la acción de hidrolización de aguas levemente carbonatadas que filtran las bases fuera de los feldespatos y producen arcillas en forma coloidal. Los álcalis son retirados en solución como los carbonatos de la ortoclasa ($\mathrm{K_2CO_3}$), albita ($\mathrm{Na_2CO_3}$) y como el bicarbonato de la anortita ($Ca(HCO_3)_2$). Algo de sílice es hidrolizado para formar ácido silícico. No obstante, el mecanismo exacto del proceso no está completamente entendido, la ecuación que se muestra a continuación es una aproximación a la realidad:

$$\mathrm{2K\,Al\,Si_3O_6\,(ortoclasa) + 6\,H_2O + CO_2 \rightarrow}$$
$$\mathrm{Al_2Si_2O_5\,(OH)_4\,(kaolinita) + 4\,H_2SiO_4 + K_2CO_3}$$

La *arcilla coloidal* eventualmente cristaliza como un agregado de diminutos minerales de arcilla. Los depósitos de caolín se forman cuando las aguas acidificadas percoladas descomponen los feldespatos contenidos en las rocas graníticas.

Las arcillas son silicatos de aluminio hidratados cuando se someten a una meteorización química severa en regímenes húmedos tropicales, donde se destruyen para formar laterita o bauxita. El proceso involucra el retiro de material silíceo y esto otra vez se produce por la acción de las aguas carbonatadas. La filtración intensiva del material mineral soluble de las rocas en la superficie toma lugar durante la estación seca. Durante la subsiguiente estación seca, el agua subterránea se eleva a la superficie por acción capilar y los minerales se precipitan en ella cuando el agua se evapora. Los minerales generalmente están compuestos por *peróxidos de hierro* y algunas veces de aluminio; ocasionalmente de manganeso. La precipitación de estos hidróxidos insolubles dan lugar a un suelo laterítico impermeable. Cuando se alcanza este punto la formación de laterita cesa y no ocurre más filtración (*leaching*). Por esta razón los depósitos lateríticos tiene un espesor usualmente menor que siete metros.

Las plantas y los animales juegan un importante rol en la destrucción y descomposición de las rocas. En efecto su rol en la formación del suelo es de gran significado. Las raíces penetran las discontinuidades de las rocas y gradualmente crean un efecto de cuña que aparta las paredes mientras que el sistema radicular de los arbustos rompen los

pequeños fragmentos del terreno a partículas del tamaño del suelo. Las madrigueras de los roedores también dan una cierta desintegración mecánica de las rocas. La acción de las bacterias y hongos es ampliamente responsable de la descomposición de la materia muerta orgánica. Otras bacterias son responsables de la reducción de hierro o de los componentes de sulfuro. Se dice que también la acción bacterial toma parte importante en la formación de depósitos residuales tales como lateritas y bauxitas.

4.6 Meteorización biótica

En las discontinuidades de algunos macizos rocosos dentro de cavidades naturales se encontraron microorganismos que sobreviven bajo condiciones pobres en nutrientes, éstos son metabólicamente versátiles, muy diversos y por lo general aceleran la meteorización química del macizo rocoso, esto debido a que adquieren su energía rompiendo compuestos aromáticos, uniendo gases y oxidando metales.

Esta posible influencia de microorganismos se observó en un estudio novedoso realizado en la caverna Lechuguilla y la caverna *Spider* en el Parque Nacional Carlsbad al sudeste del estado de Nuevo México en los Estados Unidos de Norteamérica. Especialmente en la caverna de Lechuguillas se observó en el material rocoso una interacción geomicrobiológica sin la presencia de alteraciones causadas por el metamorfismo (Northup et al. 2003).

Cuando los microorganismos interactúan con los minerales del material rocoso, éstos los transforman químicamente; muchas veces acompañados de cambios en el tamaño y forma de los minerales. No solo eso, los microorganismos juegan papeles importantes en los procesos de disolución, metamorfismo, alteración y movilización de metales; procesos de metabolismo de hidrocarburos y en la transformación de carbón orgánico en sedimentos para la formación de combustibles fósiles. También se observó que ellos son facilitadores de la diagénesis y generadores de poros en las rocas a grandes profundidades.

Todos estos interesantes aspectos de la influencia de los microorganismos en las rocas se estudian en una nueva disciplina llamada *geobiología*. Dentro de esta disciplina se estudia cómo las actividades microbióticas influencian los procesos interactivos entre el agua con la roca, el transporte químico entre reservas geoquímicas y la formación junto con la transformación de minerales y rocas; así también, cómo los procesos geológicos y geoquímicos controlan la ecología microbiana en ambientes extremos. Estos aspectos ayudan a encontrar respuestas de la vida en la Tierra y en otros planetas (Dilek et al. 2008).

4.7 Lodolitas desleibles y expansibles

La desintegración física de las lodolitas es un proceso de destrucción más importante que la descomposición química por meteorización. Los dos principales controles de destrucción son el desleimiento y la expansión de minerales mixtos de arcilla colocadas en camadas. En efecto, algunas *lodolitas carboníticas* frescas pero expuestas pueden

empezar su destrucción en solo días, semanas o meses, dependiendo del carácter de la roca parental.

La destrucción de las rocas, especialmente lodolitas, empieza por una acción alternada de mojado y secado. Si un fragmento de lodolita se deja secar, el aire penetra en los poros exteriores y desarrolla altas presiones de succión. Cuando la lodolita se satura nuevamente, el aire atrapado se presuriza cuando el agua penetra en la roca por acción capilar. Las lodolitas endurecidas con contenidos bajos de minerales de arcilla expansibles requieren presiones de succión que exceden los 10 kPa antes que se inicie la entrada de aire, mientras que la entrada de aire ocurre en todo el rango de succión en lodolitas con contenido de arcillas expansibles altos. Este proceso causa que el arreglo interno de los granos esté sometido a esfuerzos. Si se dan los suficientes ciclos de secado y mojado, la destrucción puede ocurrir por la acción del aire. Este proceso a la larga reduce a la lodolita involucrada en una con partículas planiformes del tamaño de la grava.

Para estimar la durabilidad de las lodolitas, las muestras se someten a ensayos de *durabilidad al desleimiento* (*slake durability test*). Existen establecidas algunas categorías del índice de durabilidad al desleimiento, no obstante Taylor (1988) sugiere que las lodolitas durables pueden distinguirse mejor de aquellas no durables con base a la resistencia a compresión uniaxial y al índice de durabilidad al desleimiento en tres ciclos (*i.e.* aquellas lodolitas con una resistencia a compresión uniaxial por encima de 3.6 MPa y con un índice de durabilidad al desleimiento de tres ciclos que exceda el 60 %, se las considera durables).

Ensayo de desleimiento por el método del tambor.-
El método de ensayo de laboratorio a través del tambor de desleimiento (*slake durability test*) fue propuesto por primera vez por Franklin & Chandra (1972) y está estandarizado según la ASTM D4644-04 (2006). Es un buen método para predecir el desleimiento del material rocoso para estimar de forma cualitativa la durabilidad de rocas débiles en el ambiente de servicio del material. El equipo se muestra en la Figura 4.5.

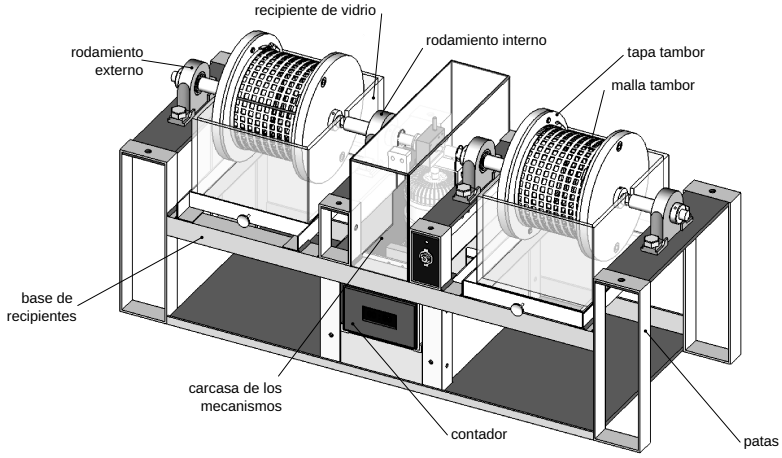


Figura 4.5. Equipo para el ensayo de desleimiento.

El *índice de de durabilidad al desleimiento* en dos ciclos (I_{d2}) es el porcentaje en peso seco retenido en el tamiz # 10 de una colección de piezas de roca, después de dos ciclos de realizar las siguientes operaciones: secar las muestras al horno, saturar por diez minutos en agua y someterlas a una acción abrasiva estándar. La acción abrasiva estándar consiste en hacer girar las muestras dentro del tambor de desleimiento.

El índice se calcula a través de la siguiente ecuación:

$$I_{d2} = \frac{W_{2f}}{W_i};$$

donde W_{2f} es el peso del material retenido en el tamiz número diez después del segundo ciclo de secado y W_i es el peso seco del material antes del ensayo.

La experiencia mostró que si las muestras de material rocoso con contenido de humedad natural se saturan sin previo secado para el primer ciclo, sufren menos desleimiento que aquellas muestras que se han secado primero antes de saturarse en el primer ciclo. Por esta razón, se aconseja siempre hacer el secado de la muestra previo ensayo.

El ensayo se realiza con diez fragmentos de roca, cuya masa esté entre 40 g y 60 g cada una, cuidando que el total esté entre 450 g y 550 g. Estas piezas, se introducen dentro del tambor y luego se rota éste a una velocidad angular de 20 s^{-1} por un periodo de diez minutos. El tambor es removido y la muestra secada en horno. El porcentaje de rocas retenido en el tambor es reportado como la resistencia al desleimiento. El material que no se retuvo en el tambor se somete a ensayos de los límites (*i.e.* líquido y plástico) y ensayos granulométricos. También es necesario hacer la determinación del tipo de minerales de arcilla presentes. La clasificación de la durabilidad del material rocoso según este ensayo se muestra en el Cuadro 4.19.

Cuadro 4.19. Clasificación del material rocoso según el índice de desleimiento (Gamble, 1971).

Durabilidad	Porcentaje retenido	
	1er ciclo	2do ciclo
Muy alta	> 99	> 98
Alta	98 a 99	95 a 98
Alta a media	95 a 98	85 a 95
Media	85 a 95	60 a 85
Baja	60 a 85	30 a 60
Muy baja	< 60	< 30

Koncagül & Santi (1999) encontraron valores del índice al desleimiento para el segundo ciclo I_{d2} para la lutita gris de Breathitt (Kentucky) entre 30 % a 97 % y para la lutita roja de Breathitt de 100 %. Esto indica que el I_{d2} en las lutitas puede ser muy variable y que no siempre existe desleimiento en todas éstas.

Los resultados de este ensayo son conservadores en lutitas, arcillolitas muy suaves y en lodolitas (Czerewko & Cripps, 2001). Por estas razones, algunos sugieren que se hagan en adición pruebas en

frasco, lo que dió lugar al método de frasco simple (*simple jar test*) y el método modificado del frasco (*modified jar slake test*).

La expansión interparticular de los minerales de arcilla (*i.e.* expansión debido a la acción de sacar agua no solo entre partículas de minerales de arcilla sino también de ellas, en las capas poco unidas entre las unidades moleculares) durante la saturación puede causar que las lodolitas se rompan, cuando la proporción de aquellos minerales es significante; esto es cuando ellas constituyan más del 50 % de la fracción mineral de arcillas. Los minerales de arcilla expansiva, tales como la montmorillonita puede expandirse muchas más veces su volumen original.

Taylor & Spears (1970) concluyeron que la expansión interparticular de arcillas mixtas en capas, durante los periodos de saturación seguidos de la desecación en la zona cercana a la superficie, tienen un mayor control en la destrucción que en las rocas carbonatadas ya que contienen cantidades significantes de arcillas expansibles mixtas en capas. Además, los iones de sodio intercambiables puede ser más abundante en aquellas lodolitas que sufrieron una mayor destrucción. En efecto, el porcentaje de sodio intercambiable (ESP: capacidad de intercambio catiónico del catión sodio) se usó como una guía del comportamiento de la lodolita, en el sentido de que está relacionada con la cantidad de dispersión en lutitas.

Los componentes de azufre están presentes frecuentemente en lutitas, lodolitas y mármoles. Una expansión del volumen lo suficientemente grande para causar el daño estructural puede ocurrir cuando los minerales de sulfato tales como la pirita y la marcasita sufren oxidación para dar sulfatos anhidros e hidratados.

De acuerdo con Fasiska et al. (1974) la estructura de la pirita se considera como un montón de láminas cercanas empacadas en forma hexagonal de iones de sulfato con iones de hierro en los intersticios entre las capas de sulfato. La densidad de estos empaques se relaciona con el radio del ion de sulfuro que es de 1.5 A° (volumen igual 26.1 A°). En la estructura del sulfato, cada átomo de sulfuro esta rodeado de cuatro átomos de oxígeno en forma tetraédrica. La densidad del empaque se relaciona con el radio del ion de sulfato, que es 2.8 A°, dando un volumen de 92.4 A°. Esto representa un incremento en volumen por unidad de paquete de aproximadamente 350 %. La hidratación involucra un incremento adicional de volumen. En efecto, tal reacción es electrolítica, eso es, que se necesita la existencia del agua y del ion sulfato en la solución. Cualquier catión en el sistema puede causar la precipitación de los cristales de sulfato. Si el carbonato de calcio está presente, se puede formar yeso, que incrementará el volumen del sulfato original, ejerciendo presiones de hasta 0.5 MPa. Esto lleva a una mayor destrucción y debilitamiento de la roca involucrada.

La expansión puede también ocurrir como un resultado de la hidratación. Por ejemplo, la anhidrita se hidrata para formar yeso, donde existe un incremento entre 30 % a 58 % ejerciendo una presión que se estimó varía de 2 MPa a 69 MPa. Se piensa que no es necesario un tiempo largo para dar dicha hidratación. Cuando esto ocurre a profundidades someras, esto causa expansión, el progreso es gradual y es usualmente acompañado por la remoción de yeso en solución. A

grandes profundidades, la anhidrita está confinada eficazmente durante el proceso. Esto resulta en una acumulación gradual de presión y cuando el esfuerzo es finalmente liberado se crea un estallido (no confundir con el *rock bursting*). Existen ejemplos donde la superficie del terreno se ha elevado hasta seis metros por esta acumulación de esfuerzos. El movimiento rápido y de estallido causa que los estratos se vuelvan láminas, se doblen y/o se corten.

Ensayo de desleimiento en frasco (ensayo de remojo)
El ensayo de desleimiento en frasco propuesto por Wood & Deo (1975) es un ensayo cualitativo en seis grados descriptivos de desleimiento, determinados a partir de la observación visual de muestras secadas al horno, que han sido remojadas en agua destilada por al menos 24 horas. Este ensayo no está estandarizado. Se sugieren seis valores del índice de desleimiento en frasco (denotado como I_j) tal como se muestra en el Cuadro 4.20.

Cuadro 4.20. Índice de desleimiento en frasco

I_j	**Comportamiento**
1	Se degrada en una pila de partículas planas o barro
2	Se rompe rápidamente y forma varias astillas
3	Se rompe rápidamente y forma algunas astillas
4	Se rompe lentamente y forma bastantes fracturas
5	Se rompe lentamente y desarrolla algunas fracturas
6	Sin cambio

Lutitas con valores de I_j de 1 a 3 deben ser protegidas cuando aparecen en taludes excavados o deben ser compactadas como suelos si se usarán como relleno.

El ensayo modificado de desleimiento en frasco propuesto por Moriwaki (1974), consiste en el mismo procedimiento del ensayo de desleimiento en frasco, con la diferencia que durante el remojo y el secado las muestras deben colocarse sobre una malla. El potencial de desleimiento se indica por la pérdida en peso de la muestra, cuando ésta se deshace o cae por la malla.

4.8 Susceptibilidad a la meteorización

En el Cuadro 4.20 se han agrupado las rocas de acuerdo a su susceptibilidad a meteorizarse; basado en un inventario de rocas de Sudáfrica que se usan como materiales para la construcción de capas base de carreteras (Weinert, 1974)

Cuadro 4.21. Agrupación de rocas de Sudáfrica, de acuerdo a su susceptibilidad a meteorizarse, para el uso de construcción de vías (Weinert, 1974).

Grupo	Miembros del grupo	Características
Rocas básicas cristalinas	amfibolita, andesita, anortosita, basalto, diabasa, doletira, gabro, esquisto verde, norita, peridotita, fonolita, serpentinita	El cuarzo es muy escaso o ausente. Los productos finales de descomposición son minerales del grupo de la esmectita, especialmente la montmorillonita. Estas rocas son las más susceptibles a la descomposición y requieren un estudio de su durabilidad.
Rocas ácidas cristalinas	felsita (pórfido de cuarzo), granito, ortoneis, paraneis, pegmatita, riolita, sienita	El cuarzo es un componente mayor, excepto en la sienita. El producto final de la descomposición de estas rocas es la caolinita con el cuarzo.
Rocas con alto contenido de silice	esquisto (chert), hornfels, cuarcita, venas de cuarzo	Compuesto casi enteramente de cuarzo o sílice amorfo. La desintegración es escaza.
Rocas arenosas	arcosa, conglomerado, *gritstone*, esquisto micáceo, arenita (arenisca)	Los granos de cuarzo en diferentes tipos de matriz. La matriz determina grandemente en la idoneidad como material de construcción, donde la arenisca cuarcítica (aquella donde la matriz también es cuarzo) es apropiada como agregado de rodadura. La desintegración es la predominante forma de meteorización en estos ambientes.
Rocas arcillosas	lodolita, filita, esquisto sericítico, lutita, pizarra	Especialmente son rocas compuestas por minerales de arcilla, normalmente con granos de cuarzo y ocasionalmente con mica. Todas las rocas que contienen más del 40 % de minerales de arcilla se deben incluir en este grupo. La principal forma de meteorización de estas rocas es por desintegración.
Rocas carbonatadas	dolomita, caliza, mármol	Mayormente compuesta por calcita y/o dolimita. Se intemperizan por desintegración o se disuelven cuando están en contacto con el agua.
Rocas cataclásticas	tilita	De composición extremadamente aleatoria que depende incidentalmente por su manera de formarse. Otros miembros de este grupo son: grauvaca, tufa volcánica, aglomerado volcánico y brecha volcánica. Por su composición aleatoria es necesario siempre tener precaución en su empleo.
Rocas de yacimientos metálicos (la parte de los residuos)	roca de hierro (hematita), magnesita, magnetita	Residuo de la roca caja de las minas de operación metálicas. Son rocas durables que se desintegran. Por su alta densidad, su acarreo es costoso.
Materiales pedogenéticos	calcreta, ferricreta, foscreta, silcreta	Son suelos cementados en una segunda fase. El suelo huésped y el material cementante, aparte de su resistencia mecánica, determinan las propiedades para el uso en carreteras.

Capítulo 5
Estado de esfuerzos

El presente desarrollo se orienta a materiales isótropos y homogéneos que desarrollarán trayectorias bajo esfuerzos y deformaciones controladas de forma monotónica y en un sólo punto del macizo rocoso.

5.1 Estado de esfuerzos en una superficie

Sea una superficie $\mathcal{S}$ donde se aplica una fuerza distribuida en ella ($\boldsymbol{f}$); el estado de esfuerzos en un punto W de esa superficie es

$$\boldsymbol{p} = \lim_{\mathrm{d}A \to 0} \frac{\mathrm{d}\boldsymbol{f}}{\mathrm{d}A},$$

que es equivalente a

$$\boldsymbol{p} = \mathsf{S}^{\intercal}\boldsymbol{n};$$

donde $\boldsymbol{n}$ es el vector unitario normal al plano tangente en el punto $\boldsymbol{W}$ de $\mathcal{S}$ y S es el tensor de segundo orden (Figura 5.1).

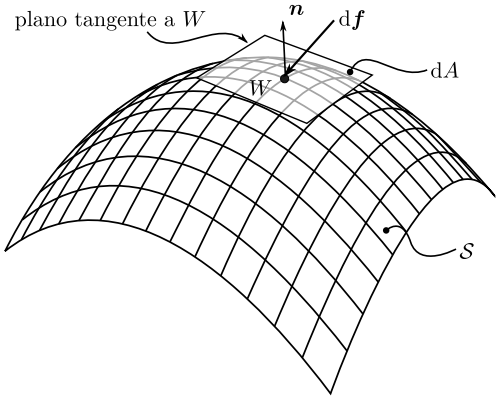


Figura 5.1. Concepto del estado de esfuerzos sobre una superficie en un punto W dado por una fuerza distribuida $\boldsymbol{f}$.

Traction vector.-

> *Traction vector* ($\boldsymbol{p}$) is the force vector per unit area on a surface, including normal and shear components.

En la literatura en idioma inglés se llama *traction vector* a lo que aquí se está llamando *estado de esfuerzos en una superficie*; se refiere al vector fuerza por unidad de área aplicado sobre una superficie, incluyendo sus componentes normal y de corte.

Si se quiere encontrar el *tensor de segundo orden* en la dirección normal al plano donde $\boldsymbol{f}$ aplica; entonces, se multiplica (producto externo, $\otimes$) el

vector del estado de esfuerzos en ese plano por el *vector unitario normal* ($\boldsymbol{n}_{\mathrm{t}}$) al plano:

$$\begin{aligned}\mathsf{S}_{\mathrm{n}} &= \boldsymbol{p}\,\boldsymbol{n}_{\mathrm{n}}^{\mathsf{T}},\\ &= \boldsymbol{p}\otimes\boldsymbol{n}_{\mathrm{n}}.\end{aligned}$$

Lo propio, para el caso de que se quiera encontrar el tensor de segundo orden paralelo a una dirección, se multiplica (producto punto) el vector del estado de esfuerzos en el plano por el vector unitario paralelo a esa dirección:

$$\mathsf{S}_{\mathrm{t}} = \boldsymbol{p}\,\boldsymbol{n}_{\mathrm{t}}^{\mathsf{T}}.$$

5.2 Estado de esfuerzos en un punto, $\mathbb{R}^2$

Un punto dentro de un cuerpo (en una figura bidimensional), sometido a un estado de esfuerzos dado, se representa mediante un *tensor de segundo orden* en $\mathbb{R}^2$.

Debido a que se analiza el *estado de esfuerzos* en un macizo rocoso, bajo la convención del sistema coordenado que se adopta en obras geotécnicas, se tiene el elemento cuadrado que representa el estado de esfuerzos de un punto mediante un tensor de segundo orden en $\mathbb{R}^2$, Figura 5.2. La convención de signos para este elemento varía de texto en texto y de disciplina a disciplina.

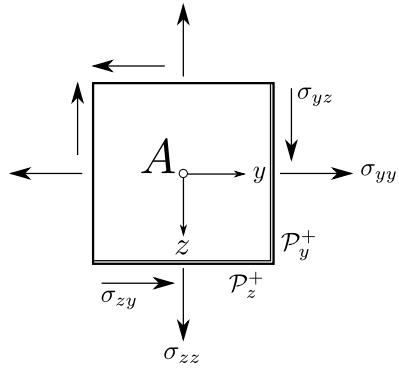


Figura 5.2. Convención de signos de los esfuerzos aplicados en un elemento bidimensional, representa el estado de esfuerzos en un punto A donde todos los esfuerzos aplicados son positivos (convención estructuras).

Esta figura, muestra también la convención de signos de los esfuerzos que se mencionan a continuación

5.2.1 Convención en mecánica de sólidos y estructuras civiles

La primera convención (usada en mecánica de sólidos y en estructuras en la disciplina de la ingeniería civil) es aquella donde la tracción es positiva, donde tiene las siguientes reglas.

1. Un plano es positivo si su vector unitario que lo representa tiene el mismo sentido que el eje coordenado positivo.
2. Todo esfuerzo normal a un plano es positivo si su sentido es igual al sentido del vector unitario del plano positivo donde se aplica; por ejemplo, el esfuerzo σ_{yy} es positivo cuando se aplica sobre el plano

positivo y ($\mathcal{P}_y^+$), normal a éste y en sentido igual al eje y; el esfuerzo σ_{zz} es positivo cuando se aplica sobre $\mathcal{P}_z^+$, normal a éste en el mismo sentido al eje z.
3. Todo esfuerzo de corte es positivo cuando aplica sobre un plano positivo del elemento (en una orientación paralela al plano) con un sentido igual al sentido positivo del eje coordenado; por ejemplo, el esfuerzo σ_{yz} es positivo cuando se aplica sobre $\mathcal{P}_y^+$, tangente a éste y en el mismo sentido del eje z; el esfuerzo σ_{zy} es positivo cuando se aplica sobre $\mathcal{P}_z^+$, tangente a éste y en también en el mismo sentido al eje y.
4. Los esfuerzos que son positivos en las caras positivas, son también positivos en las caras negativas.

Con la convención de arriba se llega a la conclusión que el elemento de análisis está estático, debido a que los esfuerzos normales en caras paralelas son de igual magnitud, de igual orientación, del mismo signo, pero de sentidos opuestos; de tal modo, el elemento no sufre desplazamiento. Y lo propio sucede con los esfuerzos cortantes, ellos son: de igual magnitud, de igual orientación, del mismo signo, pero de sentidos opuestos; de modo que, los momentos de rotación (*i.e.* las cuplas) respecto al centro del elemento sean contrarios y el elemento no rote. Esta situación hace que el estado de esfuerzos estático en el punto A, que se mostró en la Figura 5.2, se pueda representar en un arreglo matricial cuadrado y simétrico respecto la diagonal principal del siguiente modo

$$\mathsf{S}_{\mathrm{A}} = \begin{bmatrix} \sigma_{yy} & \sigma_{yz} \\ \sigma_{zy} & \sigma_{zz} \end{bmatrix};$$

donde $|\sigma_{yz}| \equiv |\sigma_{zy}|$.

Para representar de forma completa el campo de esfuerzos naturales en un plano se necesita conocer solo las magnitudes de tres esfuerzos del tensor de segundo orden en $\mathbb{R}^2$: dos esfuerzos normales en dos planos ortogonales entre sí y uno cortante. Otra forma es conocer los dos esfuerzos principales y su orientación.

5.2.2 Convención en geotecnia y geología estructural

Una segunda convención (que se usa en geotecnia, ingeniería geológica y geología estructural) indica que los *esfuerzos de compresión son positivos*; pero tal frase no es totalmente explícita para los esfuerzos cortantes. Lo que se tiene que hacer es invertir el signo de los esfuerzos cortantes aplicados en los planos. De este modo, la convención sería del siguiente modo (en este caso las reglas de la § 5.2.1 se niegan en sus enunciados, pero es bueno repetirlo).

1. Un plano es positivo si su vector unitario que lo representa tiene el mismo sentido que el eje coordenado positivo.
2. Todo esfuerzo normal a un plano es positivo si su sentido es contrario al sentido del vector unitario del plano positivo donde se aplica; por ejemplo, el esfuerzo σ_{yy} es positivo cuando se aplica sobre el plano positivo y ($\mathcal{P}_y^+$), normal a éste y en sentido contrario

al eje y; el esfuerzo σ_{zz} es positivo cuando se aplica sobre $\mathcal{P}_z^+$, normal a éste y en el sentido contrario al eje z.

3. Todo esfuerzo de corte es positivo cuando aplica sobre un plano positivo del elemento (en una orientación paralela al plano) con un sentido opuesto al eje coordenado; por ejemplo, el esfuerzo σ_{yz} es positivo cuando se aplica sobre $\mathcal{P}_y^+$, tangente a éste y en el sentido opuesto al eje z; el esfuerzo σ_{zy} es positivo cuando se aplica sobre $\mathcal{P}_z^+$, tangente a éste y en también en sentido opuesto al eje y.
4. Los esfuerzos que son positivos en las caras positivas, son también positivos en las caras negativas.

La Figura 5.3 muestra el elemento del tensor en la convención de geotencia.

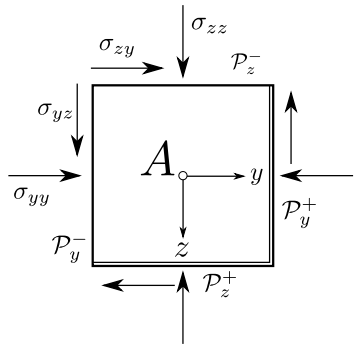


Figura 5.3. Convención de signos de los esfuerzos aplicados en un elemento bidimensional, representa el estado de esfuerzos en un punto A donde todos los esfuerzos aplicados son positivos (convención geotecnia).

5.3 Representación gráfica con el círculo de Mohr

El estado de esfuerzos en $\mathbb{R}^2$ puede representarse de forma gráfica en el espacio de los esfuerzos normales y esfuerzos tangensiales $(\sigma_{\mathrm{n}}, \tau)$ con la aplicación del *círculo de Mohr*. El **círculo de Mohr** no es más que una representación gráfica (en el plano de la hoja o la pantalla) del **estado de esfuerzos de un punto** inmerso en un medio continuo. En realidad, puede representar de forma gráfica cualquier tipo de *tensor de segundo orden* de dos dimensiones; por ejemplo, un tensor de deformaciones o de permeabilidades. También se ha usado el círculo de Mohr para la representación de cambio de *coordenadas de fasores* aplicados a la electricidad (Paul, 1966) y el cálculo de momentos de inercia de secciones planas (Tuttle, 1977).

Para *transferir* la información del tensor S_{A} al círculo de Mohr se tiene que seguir otras convenciones adicionales, tomando en cuenta la rotación que generaría el esfuerzo cortante con su eje de giro en el centro del elemento. Para el caso de la *convención primera* (§ 5.2.1) se asume que **el giro positivo es el antihorario** (Figura 5.4). Los pasos a tomar en cuenta son los siguientes.

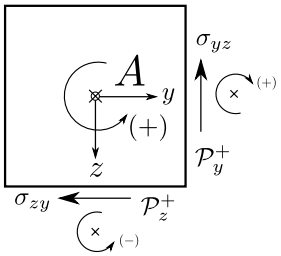


Figura 5.4. Convención de signos (caso de tracción positiva) de los esfuerzos cortantes aplicados en un elemento bidimensional para la representación en el círculo de Mohr.

1. El espacio $(\sigma_{\mathrm{n}}, \tau)$ tiene valores positivos para las tracciones: se dibuja en el eje horizontal la variable σ_{n} y en el eje vertical la variable τ.
2. Los esfuerzos normales a los planos tienen el signo en la representación de Mohr igual al signo del valor numérico en el tensor; si el esfuerzo normal es positivo se ubica sobre el eje de σ_{n} hacia el lado derecho del eje τ, de lo contrario se ubica sobre el mismo eje pero al lado izquierdo del eje τ.
3. Los esfuerzos cortantes que se aplican sobre los planos, pese a ser positivos o negativos en la representación del tensor y en el esquema, pueden tener signo distinto en la representación de Mohr.
    1. Un esfuerzo cortante aplicado sobre un plano positivo tiene una representación en el círculo de Mohr positiva si hace girar el elemento en sentido horario.
    2. Un esfuerzo cortante aplicado sobre un plano positivo tiene una representación en el círculo de Mohr negativa, si hace girar el elemento en sentido antihorario.
4. La magnitud en valor absoluto del esfuerzo cortante aplicado en un plano x en dirección y es equivalente a la magnitud del esfuerzo cortante aplicado en un plano y en dirección x; esto muestra que el tensor de esfuerzos es simétrico. Sin embargo, en la representación de Mohr uno de esos esfuerzos es positivo y el otro es negativo, de acuerdo a la convención que indica arriba si hace girar el elemento en sentido horario o antihorario.
5. El esfuerzo cortante es la abscisa de un punto en la representación de Mohr, cuya ordenada es el esfuerzo normal aplicado sobre el mismo plano donde el cortante aplica.

Para el caso de la convención segunda (la de geotecnia, donde los esfuerzos de compresión son positivos, § 5.2.2), las reglas son similares; donde hay que tener en cuenta que el sentido de giro de referencia (para dibujar en el círculo de Mohr los esfuerzos cortantes) es ahora horario para positivo.

Por ejemplo en la Figura 5.5, el círculo para la convención primera (de tracción positiva) es igual al del círculo de la izquierda; para la segunda

convención (la del esfuerzo de compresión positivo) sería igual al círculo de la derecha.

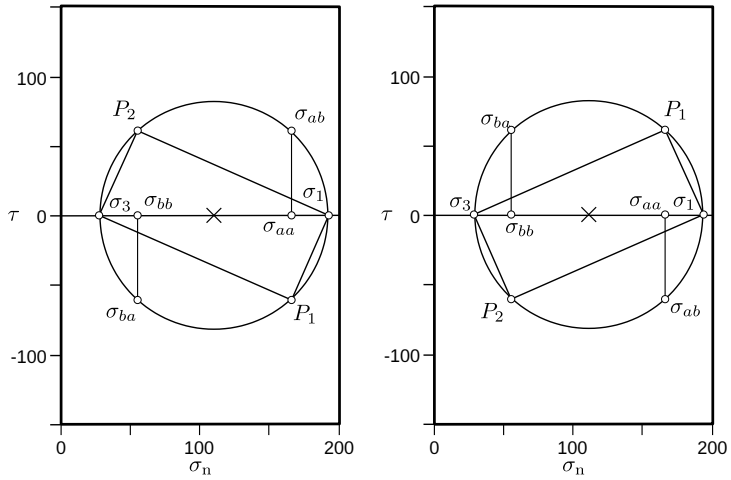


Figura 5.5. Estado de esfuerzos bidimensional mediante la representación de Mohr en un punto; el círculo para la convención de esfuerzos **a** de tracción positivos **b** de compresión positivos.

Como se puede observar en la Figura 5.5, ambos círculos representan el mismo estado de esfuerzos, pero solo por adoptar algún tipo de convención el círculo de Mohr, los polos y los puntos de esfuerzos son simétricos respecto al origen del sistema coordenado; *i.e.* concepto de *simetría central* en el plano, que manifiesta que: dos figuras son simétricas respecto a un punto O si para cada punto de la figura, el punto simétrico a ella alrededor de O pertenece a la otra figura (Kisielev, 2006).

El *polo* del círculo de Mohr (para el caso bidimensinal) es un punto en este círculo que posibilita relacionar la orientación de la traza del plano donde se aplica cada esfuerzo (en este caso un par de esfuerzos: normal y tangencial); se define tal que: si un segmente se une desde el polo (P) hacia un punto A sobre el círculo que representa un estado de esfuerzos (σ_a, τ_a), entonces la traza del plano donde actúa ese estado de esfuerzos es paralela a la línea que une el polo y ese punto, *i.e.* $\overline{PA}$.

Si se revierte esta definición, entonces se puede encontrar el polo a partir de conocer el estado de esfuerzos que se aplica sobre un plano cuya orientación (traza) también es conocida; eso por lo común es conocido en dos planos ortogonales entre sí, si se conoce el tensor de esfuerzos bidimensional.

Con el círculo de Mohr se obtiene de directa lectura las magnitudes de los dos esfuerzos principales de ese estado; *i.e.* el esfuerzo principal mayor y el menor, σ_1 y σ_3; haciendo uso del *método de los polos* (*e.g.* explicado en la §3.4 de Atkinson & Bransby, 1978 o en Allison, 1984) se puede encontrar también con el círculo de Mohr la orientación de los esfuerzos principales.

5.4 Acerca del polo del círculo de Mohr

Según Atkinson & Bransby (1978) [pag. 30 § 3.3], referente al *círculo de Mohr de esfuerzos*, en su segundo párrafo menciona (traducido por el autor)

> … emplearemos el (método del polo) para localizar (las trazas de) los planos (donde aplican los esfuerzos). El polo del círculo de Mohr se define como sigue: … si una línea se dibuja desde el polo hacia un punto del perímetro del círculo donde está definido el par de esfuerzos $(\sigma_{\mathrm{n}}, \tau)$; entonces, en el espacio geométrico de esa línea, (la línea) está representando a la traza del plano donde esos esfuerzos actúan.

Pero en esta definición aún existe ambigüedad, porque para un estado de esfuerzos representado por el círculo de Mohr, pueden existir dos polos. De este modo, a continuación se explicará cómo identificar estos dos polos, cuál de esos dos se escoge como el *polo de referencia*, cómo se define los segmentos que representarán las trazas de los planos de aplicación de esfuerzos y cómo se hace la lectura del ángulo de la traza con el eje-horizontal del espacio geométrico.

Para encontrar el *polo de referencia*, se necesita tener construido el círculo de Mohr del estado de esfuerzos bidimensional; sea por ejemplo, a partir de la matriz cuadrada que representa el tensor de segundo orden. Digamos el estado de esfuerzos en el punto W:

$$\mathsf{S}_{\mathrm{W}} = \begin{bmatrix} 166.6 & -60.5 \\ -60.5 & 55.5 \end{bmatrix}.$$

Cada una de las filas de esta matriz representa el plano donde los esfuerzos se están aplicando y cada columna representa la dirección de los esfuerzos aplicados en el correspondiente plano. Digamos que por conveniencia se ha definido que los planos de aplicación son el plano $\mathcal{P}_{\mathrm{a}}$ y el plano $\mathcal{P}_{\mathrm{b}}$, ortogonales entre sí. De esta forma, los ejes coordenados serán: el eje a y el eje b; tal como se muestra en la Figura 5.6.

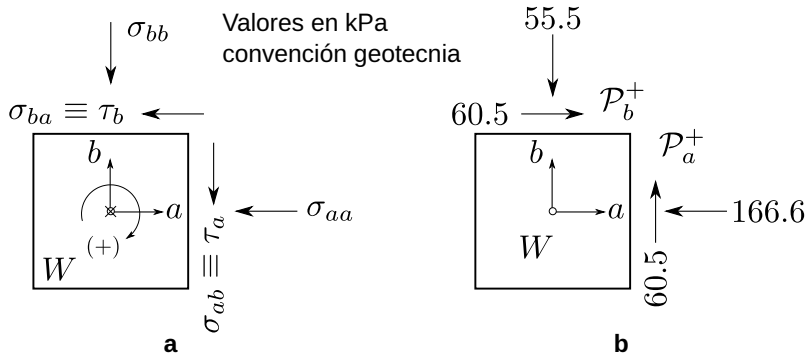


Figura 5.6. Elemento cuadrado del estado de esfuerzos en el punto W: **a** los planos $\mathcal{P}_{\mathrm{a}}^+$ y $\mathcal{P}_{\mathrm{b}}^+$, el sentido positivo de los ejes geométricos a y b y la nomenclatura de los subíndices; **b** magnitudes de los esfuerzos usados para los ejemplos.

Los esfuerzos que se aplican en el plano $\mathcal{P}_{\mathrm{a}}$ son $(166.6, -60.5)$, dados en el par ordenado $(\sigma_{\mathrm{n}}, \tau)$ en kilopascales; los esfuerzos que se aplican en el plano $\mathcal{P}_{\mathrm{b}}$ son $(55.5, 60.5)$.

En el círculo de Mohr, el valor del esfuerzo cortante se coloca para cada correspondiente esfuerzo normal: uno del lado positivo y otro del lado negativo. Para determina cuál es el esfuerzos normal que llevará el cortante positivo, se asume (para la convención geotécnica de esfuerzos de compresión positivos) el eje de rotación del elemento en el centro del elemento cuadrado y si el cortante del plano escogido hace girar en sentido horario el elemento, entonces ese cortante es el positivo. Siguiendo esa regla, la representación del círculo de Mohr del estado de esfuerzos en el punto $\mathrm{S_W}$ es el que se muestra en la Figura 5.7.

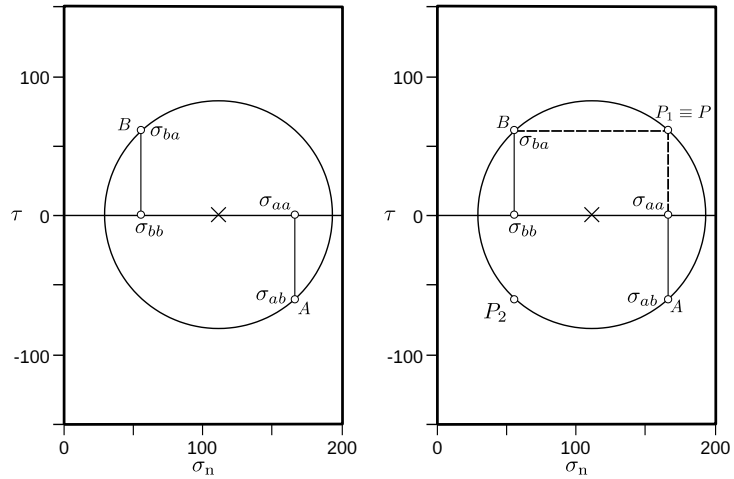


Figura 5.7. Círculo de Mohr del estado de esfuerzos en el punto W: **a** ubicación de los dos pares ordenados de esfuerzos $(\sigma_{\mathrm{n}}, \tau)$ en el círculo, puntos A y B, ellos representan el estado de esfuerzos; **b** ubicación de los polos $P_1 \equiv P$ y P_2, ellos son siempre opuestos en valores de las ordenadas a los valores de las cortantes de A y B, solo se usa el polo del lado positivo de las ordenadas.

En la Figura 5.7 se aprecia que el punto A que está relacionado con el esfuerzo normal mayor, tiene el cortante negativo; que el punto B relacionado con el esfuerzo normal menor, tiene el cortante positivo. Esto puede ser diferente para cada estado de esfuerzos, en este caso dio así por los signos de los esfuerzos cortantes representados en la matriz numérica; pero en otros casos la situación puede ser invertida.

Una vez se tiene el círculo de Mohr se procede a identificar los polos; como sigue.

1. Se identifica el par ordenado de esfuerzos ($\sigma_{\mathrm{n}}, \tau$) en el círculo de Mohr, que tenga el cortante negativo; en este caso es el punto A.
2. La extensión del segmento vertical que pasa por el punto del cortante negativo, en este caso punto A, hacia el lado opuesto de su signo, tocará nuevamente el perímetro del círculo de Mohr. A este punto se lo llamará *polo 1* (P_1).
3. Ahora, se identifica el par ordenado de esfuerzos ($\sigma_{\mathrm{n}}, \tau$) en el círculo de Mohr, que tenga el cortante positivo; en este caso es el punto B.
4. La extensión del segmento vertical que pasa por el punto del cortante positivo, en este caso punto B, hacia el lado opuesto de su

signo, tocará nuevamente el perímetro del círculo de Mohr. A este punto se lo llamará *polo 2* (P_2).

Como se puede deducir, existe dos polos: $\{P_1, P_2\}$. De estos dos, nos interesa escoger uno. Indiferentemente se puede escoger cualquiera, pero a partir de escoger, las reglas que se describan serán diferentes. De este modo, por convención se escogerá el polo 1 como el representante y como el denominado *polo de referencia*, *i.e.* $P \leftarrow P_1$; se lo denotará simplemente como un punto P.

Para determinar las trazas de los planos donde se aplican los pares ordenados de esfuerzos en los planos $\mathcal{P}_{\mathrm{a}}$ y $\mathcal{P}_{\mathrm{b}}$ se hace el siguiente procedimiento.

1. La unión por medio de un segmento (en el espacio de la representación del círculo de Mohr) del esfuerzo cortante negativo (aquí en el punto A y denotado por τ_a que se aplica sobre el plano $\mathcal{P}_{\mathrm{a}}$) con el polo P da la orientación de la traza del plano donde se aplica $(\sigma_{\mathrm{aa}}, \tau_a)$.
2. De similar modo, la unión por medio de un segmento del punto que representa el esfuerzo cortante positivo (aquí en el punto B) con el polo P da la orientación de la traza del plano donde se aplica $(\sigma_{\mathrm{bb}}, \tau_b)$.

Con el procedimiento de arriba, se han definido las trazas de los planos donde aplican los esfuerzos. Cuando se conoce los valores $(\sigma_{\mathrm{aa}}, \tau_a)$ y $(\sigma_{\mathrm{bb}}, \tau_b)$, el procedimiento es directo. De este modo, hasta aquí solo fue la verificación del procedimiento que hizo se encontrase el polo P.

Conocida la posición en el círculo de Mohr de P y si se invierte las dos reglas del procedimiento de arriba, se tiene una *herramienta de cálculo* que posibilita deducir la orientación de la traza de los planos para *cualquier par ordenado* (σ_n, τ) para el mismo estado de esfuerzos S_W. Cualquier par ordenado (σ_n, τ) indica en el círculo de Mohr cualquier punto en el perímetro (en la circunferencia) del mencionado círculo.

Sea *cualquier punto*, denotado por el punto $C : (\sigma_{cc}, \tau_c)$, en el perímetro del círculo, si se crea un segmento de ese punto hacia el punto P, segmento $\overline{CP}$; entonces, esa orientación es la de la traza del plano donde se aplica el esfuerzo normal σ_{cc} y el esfuerzo tangensial o cortante τ_c.

Cada punto C tendrá su correspondiente punto D que es diametralmente opuesto a este y que es parte de la circunferencia del círculo de Mohr. De igual forma, este punto representa un par ordenado de esfuerzos (σ_{dd}, τ_d) que al unirse con el punto P dará la orientación de la traza del plano donde este par de esfuerzos aplican.

La Figura 5.8a muestra el caso donde el punto C y D están en una posición cualquiera de la circunferencia del círculo de Mohr. La Figura 5.8b muestra un caso especial, donde el esfuerzo cortante es el máximo (τ_{max}) del estado de esfuerzos en el punto C; por ende, el esfuerzo normal, es el esfuerzo medio (σ_{m}) de ese estado de esfuerzos S_W, en el punto D. La Figura 5.8c muestra otro caso especial, donde el punto C es el esfuerzo principal menor σ_3 y el punto D es el esfuerzo principal mayor σ_1, de ese mismo estado de esfuerzos S_W.

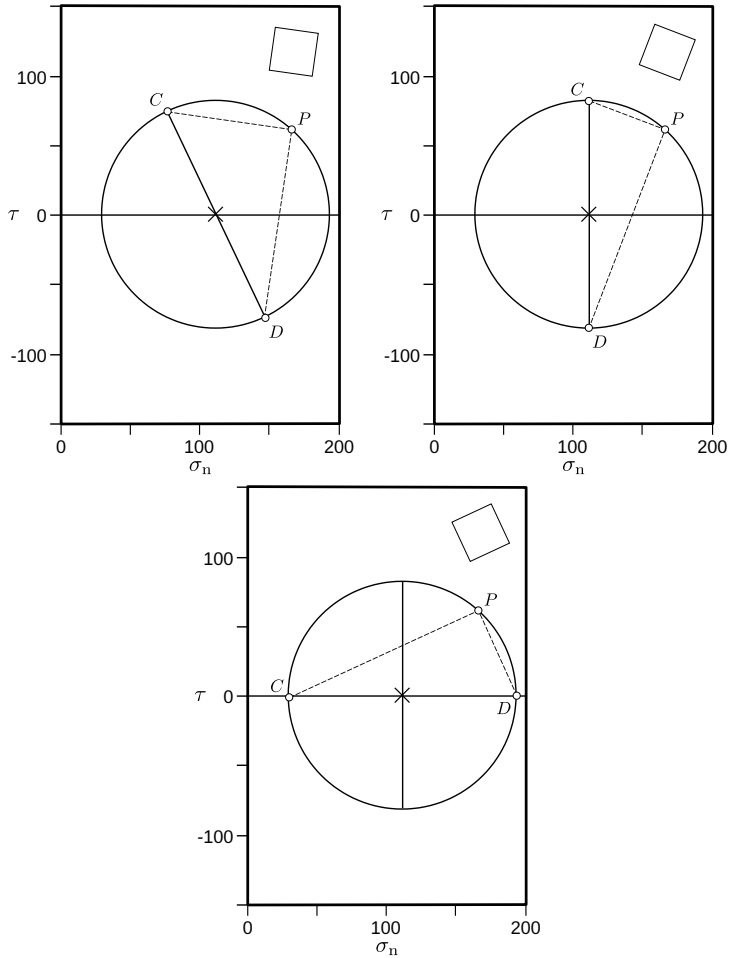


Figura 5.8. Círculo de Mohr de esfuerzos aplicados en diferentes planos C (y su simétrico D) para un mismo estado de esfuerzos S_W: **a** en cualquier parte de la circunferencia del círculo; **b** cuando C coincide con el esfuerzo cortante máximo de S_W; **c** cuando C coincide con los esfuerzos principales de S_W.

Se puede apreciar, por ejemplo en la Figura 5.8b y 5.8c, que el cortante máximo tiene una orientación paralela a la diagonal del elemento representado en los esfuerzos principales.

¿Qué indica cuando el punto C coincide con el punto P? —Que el punto C esté en el punto P indica que ese estado de esfuerzos es el simétrico del estado de esfuerzos que hizo que se encuentre el polo. Las orientaciones de los planos buscados, donde se aplican el par de esfuerzos (σ_{cc}, τ_c), se obtienen uno de la línea tangente al círculo en P y el otro de una línea coincidente con el diámetro del círculo en P. La Figura 5.9 muestra este otro caso especial.

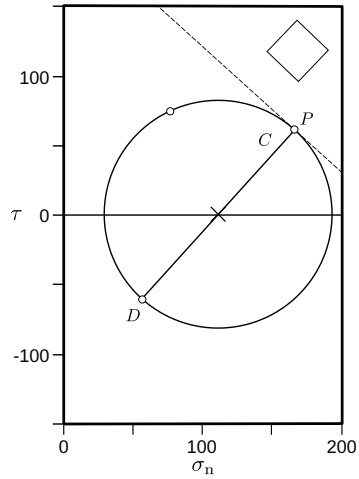


Figura 5.9. Círculo de Mohr de los esfuerzos aplicados en un plano C coincidente con el polo P del estado de esfuerzos S_W.

Teorema de Thales.-
El teorema de Thales será de gran ayuda cuando se trabaje con el círculo de Mohr; especialmente para encontrar relaciones de triángulos inscritos en el círculo.

Este teorema, acerca de los ángulos inscritos en un semicírculo, dice que si A, B y C son puntos distintos en el perímetro del círculo $\mathcal{C}$, donde el segmento $\overline{AB}$ es el diámetro y $\overline{CB}$ una secante en el círculo, entonces el ángulo $\angle ACB$ es un ángulo recto (un ángulo derecho).

El punto C puede localizarse en cualquier lugar del perímetro del círculo y en esta posición es verdadero que

$$\angle CAB = \frac{1}{2}\angle COB;$$

según se aprecia en la Figura 5.10.

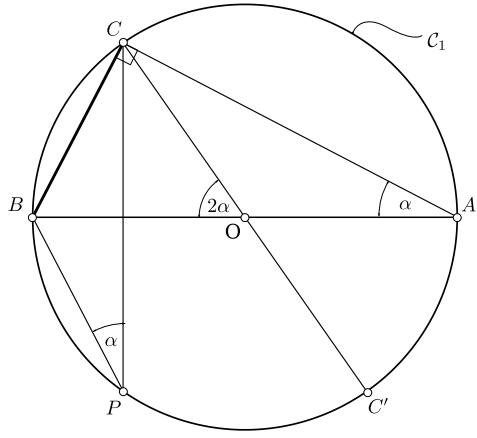


Figura 5.10. Representación gráfica del teorema de Thales.

Usando el teorema de Thales se deduce que α llega siendo numéricamente equivalente a θ_1; en el caso que se encuentre 2α con la expresión de la arcotangente de la razón del esfuerzo cortante dividido por la diferencia del esfuerzo normal menos el esfuerzo medio.

En el ejemplo que se está resolviendo, $2\alpha = 47.4^\circ$; por tanto, $\alpha = 23.7^\circ$ valor que es igual al θ_1 hallado. La Figura 5.11 muestra esta equivalencia de ángulos.

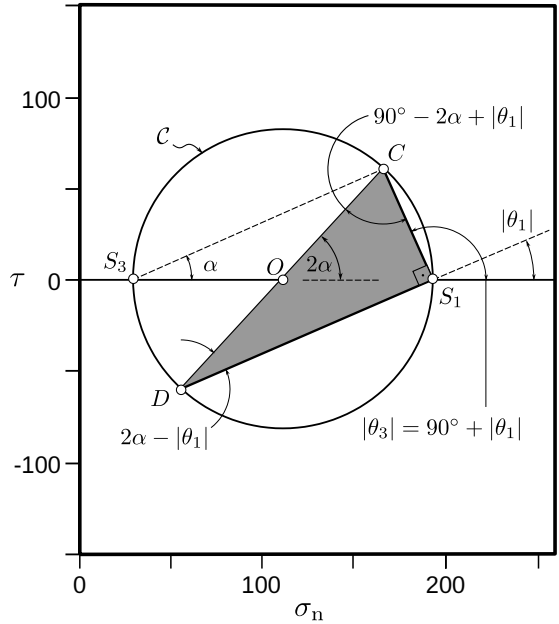


Figura 5.11. Equivalencia de α con θ_1 aplicando el teorema de Thales.

Debido a que encontrar el ángulo 2α es un cálculo directo, el encontrar el ángulo θ_1 podría plantearse como un problema geométrico, como sigue:

> encuentre el triángulo recto $\triangle DS_1C$ inscrito en el círculo $\mathcal{C}$, cuya hipotenusa $\overline{DC}$ pasa por el centro del círculo O con un ángulo $\angle S_1OC = 2\alpha$.

5.5 Esfuerzos en un espacio semiinfinito

El hecho de asumir que el material debajo de la superficie del terreno es un espacio semiinfinito y que las cargas generan esfuerzos elásticos lineales es inicialmente ventajoso para tener una idea del estado de esfuerzos que puede tener ese material a la aplicación de distintas fuerzas y su transmisión por esfuerzos. Esto reduce el problema a uno bidimensional, posibilita el empleo de ecuaciones analíticas, evitando la solución de métodos numéricos. Al tener un comportamiento elástico lineal es posible sumar los efectos de forma independiente, lo cual se puede configurar diferentes situaciones de cargas con simple sumas, restas, multiplicaciones y divisiones.

La mayoría de las ecuaciones aquí mostradas fueron extraídas del libro de Braja Das, (2019).

5.5.1 Carga puntual vertical en la superficie

Las expresiones de los esfuerzos en un punto dentro del espacio semiinfinito por aplicación de una carga puntual vertical q en la superficie en el sistema coordenado cartesiano Norte–Este–naDir (NED) son las siguientes:

$$\sigma_{\mathrm{z,point}} = \frac{2q}{\pi}\frac{z^3}{(y^2+z^2)^2}, \tag{5.1}$$

$$\sigma_{\mathrm{y,point}} = \frac{2q}{\pi}\frac{y^2 z}{(y^2+z^2)^2}, \tag{5.2}$$

$$\tau_{\mathrm{yz,point}} = \frac{2q}{\pi}\frac{yz^2}{(y^2+z^2)^2}. \tag{5.3}$$

Por ser un caso especial tridimensional reducido a dos dimensiones, asumiendo que se desarrolla un estado de *deformaciones planas*: el esfuerzo normal al plano $\mathcal{P}_{\mathrm{yz}}$ es

$$\tau_{\mathrm{x,point}} = \nu\left(\sigma_{\mathrm{y,point}} + \sigma_{\mathrm{z,point}}\right). \tag{5.4}$$

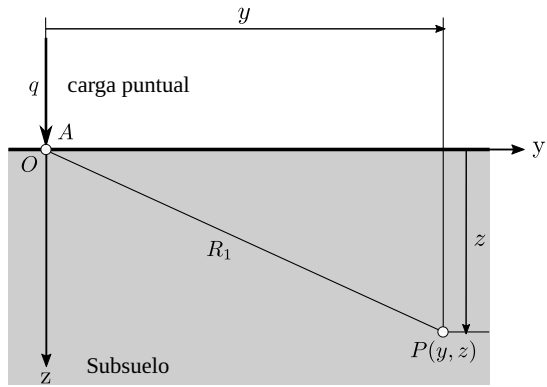


Figura 5.12. Variables para definir la relación entre coordenadas de la carga puntual vertical.

5.5.2 Carga rectangular distribuida en la superficie

Para el caso de las expresiones de los esfuerzos debajo del espacio semiinfinito generados por una carga distribuida rectangular, se toma las ecuaciones 3.35 (página 125) de Das (2019) con la ayuda de la Figura 5.13.

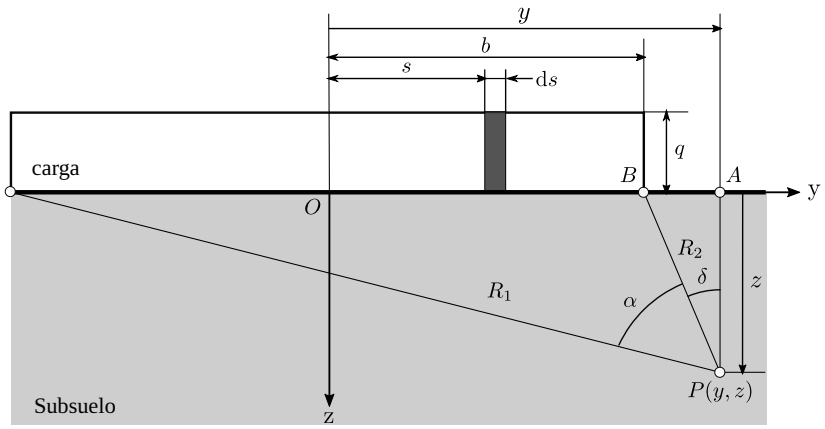


Figura 5.13. Variables para definir la relación entre ángulos y coordenadas de la carga distribuida rectangular.

$$\begin{aligned}\sigma_{\mathrm{z,distrib}} &= \int_{a_{\mathrm{inf}}}^{a_{\mathrm{sup}}} q(y)\ \sigma_{\mathrm{z,point}}\ \mathrm{d}\sigma_{\mathrm{z,point}},\\ &= \int_{a_{\mathrm{inf}}}^{a_{\mathrm{sup}}} 1 \left(\frac{2\,q}{\pi}\frac{z^3}{\left[(y-s)^2+z^2\right]^2}\right)\mathrm{d}s, \qquad (5.5)\\ &= \int_{a_{\mathrm{inf}}}^{a_{\mathrm{sup}}} f(s)\ \mathrm{d}s.\end{aligned}$$

La solución de esta integral, ya evaluada entre los límites de integración $[-b, b]$, *i.e.* integral definida, según Das (2019) es la siguiente:

$$\sigma_{\mathrm{z}}\Big|_{a_{\mathrm{inf}}=-b}^{a_{\mathrm{sup}}=b} = \frac{q}{\pi}\left[\arctan\left(\frac{z}{y-b}\right) - \arctan\left(\frac{z}{y+b}\right) - \frac{2bz(y^2-z^2-b^2)}{(y^2+z^2-b^2)^2+4b^2z^2}\right].$$

Integrando la misma Ecuación 5.5 con el *Sistema Computacional Algebraico* (CAS) `SageMath` se tiene la siguiente expresión de la integral indefinida.

$$\begin{aligned}\sigma_{\mathrm{z}}(s) &= \frac{q}{\pi}\frac{z^2\arctan\left(\frac{s-y}{z}\right)+(s-y)z+\left(s^2-2\,sy+y^2\right)\arctan\left(\frac{s-y}{z}\right)}{s^2-2sy+y^2+z^2}\Bigg|_{a_{\mathrm{inf}}=-b}^{a_{\mathrm{sup}}=b}\\ &= \frac{q}{\pi}\frac{z^2\arctan\left(\frac{s-y}{z}\right)+(s-y)z+(s-y)^2\arctan\left(\frac{s-y}{z}\right)}{(s-y)^2+z^2}\Bigg|_{a_{\mathrm{inf}}=-b}^{a_{\mathrm{sup}}=b} \qquad (5.6)\\ &= \frac{q}{\pi[(s-y)^2+z^2]}\left[z^2\arctan\left(\frac{s-y}{z}\right)+(s-y)z+\right.\\ &\qquad \left.(s-y)^2\arctan\left(\frac{s-y}{z}\right)\right]\Bigg|_{a_{\mathrm{inf}}=-b}^{a_{\mathrm{sup}}=b}.\end{aligned}$$

Aquí, la variable s indica la posición del punto del reactángulo de diferenciación; que varía de $s = -b$ a $s = b$.

Otra forma más corta de expresar la solución de la Ecuación 5.5 es la siguiente:

$$\begin{aligned}
\sigma_{\mathrm{z}}(s) &= \frac{qz^3}{\pi}\left[\frac{s-y}{s^2z^2 - 2\,syz^2 + y^2z^2 + z^4} + \frac{\arctan\left(\frac{s-y}{z}\right)}{z^3}\right]\Bigg|_{a_{\mathrm{inf}}=-b}^{a_{\mathrm{sup}}=b}, \\
&= \frac{q}{\pi}\left[\frac{z(s-y)}{s^2 - 2\,sy + y^2 + z^2} + \arctan\left(\frac{s-y}{z}\right)\right]\Bigg|_{a_{\mathrm{inf}}=-b}^{a_{\mathrm{sup}}=b}, \\
&= \frac{q}{\pi}\left[\frac{z(s-y)}{(s-y)^2 + z^2} + \arctan\left(\frac{s-y}{z}\right)\right]\Bigg|_{a_{\mathrm{inf}}=-b}^{a_{\mathrm{sup}}=b}.
\end{aligned} \tag{5.7}$$

Es mejor tener la integral indefinida, así el usuario podrá definir los límites de integración que vea por conveniente. Cualquiera de las dos últimas expresiones, Ecuaciones 5.6 y 5.7, son funciones dependiente de s; por tanto, para evaluar en el intervalo deseado se aplica la *Regla de Barrow*, así para el caso que se discute sería

$$\int_{a_{\mathrm{inf}}=-b}^{a_{\mathrm{inf}}=b} f(s)\,\mathrm{d}s = \sigma_{\mathrm{z}}(s)\big|_{a_{\mathrm{inf}}=-b}^{a_{\mathrm{inf}}=b} = \sigma_{\mathrm{z}}(s \leftarrow b) - \sigma_{\mathrm{z}}(s \leftarrow -b).$$

Entre las dos ecuaciones de la solución de la integral indefinida encontradas, la más corta es la segunda; es decir, la Ecuación 5.7.

El mismo procedimiento se puede hacer para los esfuerzos $\sigma_{\mathrm{y,distrib}}$ y $\tau_{\mathrm{yz,distrib}}$.

5.5.3 Carga triangular distribuida en la superficie

En el libro de Das (2019) se plantea que se debe solucionar la siguiente integral con las variables en el sistema coordenado cartesiano ortogonal; pero en el presente texto se ha cambiado para que el sistema de coordenadas sea también cartesiano y ortogonal, pero de orientaciones Norte–Este–naDir (NED); que solo implica cambiar las variable *x* por la *y*. De este modo, la integral en el intervalo $[0, 2b]$ que se debe resolver es la siguiente.

$$\begin{aligned}
\sigma_{\mathrm{z,distrib}} &= \int_{a_{\mathrm{inf}}}^{a_{\mathrm{sup}}} q(y)\;\sigma_{\mathrm{z,point}}\;\mathrm{d}\sigma_{\mathrm{z,point}}, \\
&= \int_{a_{\mathrm{inf}}}^{a_{\mathrm{sup}}} \frac{1}{2b}\left(\frac{2\,q}{\pi}\,\frac{z^3}{\left[(y-s)^2 + z^2\right]^2}\right)\mathrm{d}s, \\
&= \int_{a_{\mathrm{inf}}=0}^{a_{\mathrm{sup}}=2b} f(s)\,\mathrm{d}s.
\end{aligned} \tag{5.8}$$

Sin embargo, la solución la da el autor después de hacer un cambio de variables, donde las coordenadas (y, z) son substituidas por funciones

dependientes de los ángulos α y δ y de las distancias R_1 y R_2 del siguiente modo, refiriéndose a la Figura 5.14.

$$\sigma_z\big|_0^{2b} = \frac{q}{2\pi}\left(\frac{y}{b}\alpha - \sin 2\delta\right). \tag{5.9}$$

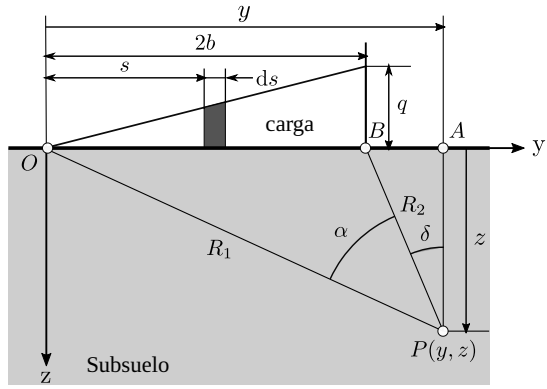


Figura 5.14. Variables para definir la relación entre ángulos y coordenadas de la carga distribuida triangular.

Por tanto, a continuación se definen esas relaciones, orientados por la Figura 5.14.

Por el triángulo rectángulo $\triangle POA$

$$\begin{aligned} y &= R_1 \sin(\alpha+\delta), \\ z &= R_1 \cos(\alpha+\delta), \\ R_1^2 &= z^2 + y^2. \end{aligned}$$

Por el triángulo $\triangle PAB$ se tiene que

$$R_2^2 = z^2 + (y-2b)^2.$$

Además, se tiene las siguientes relaciones en el mismo triángulo, que pueden ser más útiles: las relaciones con los ángulos en este triángulo.

$$\begin{aligned} \tan\delta &= \frac{y-2b}{z}, \\ \tan(\alpha+\delta) &= \frac{y}{z}. \end{aligned}$$

Asimismo, se usa las siguientes identidades trigonométricas:

$$\begin{aligned} \tan(\alpha+\delta) &= \frac{\tan\alpha + \tan\delta}{1-\tan\alpha\tan\delta}, \\ \sin(2\delta) &= \frac{2\tan\delta}{1+\tan^2\delta}. \end{aligned}$$

Para encontrar la relación de δ en función de las coordenadas (y, z) se parte de la relación de ese ángulo en el triángulo $\triangle PAB$; por tanto,

$$\delta = \arctan \frac{y - 2b}{z}.$$

Para encontrar la relación de α en función de las coordenadas (y, z) se parte de la primera identidad trigonométrica de arriba, donde se despeja $\tan \alpha$, resultando en lo siguiente

$$\tan \alpha = \frac{\tan(\alpha + \delta) - \tan \delta}{1 + \tan(\alpha + \delta) \tan \delta}.$$

Luego, para todo $\tan(\alpha + \delta)$ y $\tan \delta$ se reemplaza las respectivas expresiones en términos de (y, z); así

$$\begin{aligned} \tan \alpha &= \frac{\frac{y}{z} - \frac{y-2b}{z}}{1 + \frac{y}{z}\frac{y-2b}{z}}, \\ &= \frac{\frac{2b}{z}}{\frac{z^2 + y(y-2b)}{z^2}}, \\ &= \frac{2bz}{z^2 + y(y-2b)}. \end{aligned}$$

De este modo; el ángulo

$$\alpha = \arctan \left[\frac{2bz}{z^2 + y(y-2b)} \right]. \tag{5.10}$$

Para encontrar el $\sin(2\delta)$ se parte de la segunda identidad trigonométrica; de este modo,

$$\begin{aligned} \sin(2\delta) &= \frac{2 \tan \delta}{1 + \tan^2 \delta}, \\ &= \frac{2(y + 2b)}{z(1 + \frac{(y-2b)^2}{z^2})}, \\ &= \frac{2z(y - 2b)}{z^2 + (y - 2b)^2}. \end{aligned} \tag{5.11}$$

Con todo esto, usamos las dos anteriores relaciones (Ecuaciones 5.10 y 5.11) en la Ecuación 5.9, para tener finalmente la expresión de la integral que nos daría el esfuerzo vertical en términos de (y, z):

$$\sigma_z\Big|_0^{2b} = \frac{q}{2\pi} \left\{ \frac{y}{b} \arctan \left[\frac{2bz}{z^2 + y(y-2b)} \right] - \frac{2z(y-2b)}{z^2 + (y-2b)^2} \right\}. \tag{5.12}$$

Sin embargo, la Ecuación 5.12 **no aplica** para todo $y \in \mathbb{R}$ y solo es válido cuando en el sistema coordenado adoptado $y > 2b$.

Hasta la cuarta edición del libro del autor Braja Das se tenía impresa una expresión para el caso de que se quiera usar el valor de los esfuerzos en función de las variables de un sistema coordenados ortogonal; pero se dieron cuenta que esa expresión estaba mal. Para la sexta edición de ese libro, esa expresión matemática fue borrada y no se propone ninguna nueva o corregida en las siguientes ediciones.

Solo a manera informativa, la expresión matemática para el esfuerzo vertical σ_z que se ponía en la cuarta edición es la siguiente.

$$\sigma_z = \frac{yq}{2\pi b}\left[\arctan\left(\frac{z}{y}\right) - \arctan\left(\frac{z}{y-2b}\right)\right] - \frac{qz}{\pi}\frac{y-2b}{(y-2b)^2+z^2}.$$

Se hace algunas operaciones para acercarse a la expresión de la Ecuación 5.12 usando indetidades trigonométricas del arcotangente como la fórmula de la adición de arcotangentes que es

$$\arctan u \pm \arctan v = \arctan\frac{u \pm v}{1 \mp uv}$$

se tiene

$$\begin{aligned}\sigma_z &= \frac{q}{2\pi}\left\{\frac{y}{b}\left[\arctan\left(\frac{z}{y}\right) - \arctan\left(\frac{z}{y-2b}\right)\right] - \frac{2z(y-2b)}{z^2+(y-2b)^2}\right\}, \\ &= \frac{q}{2\pi}\left\{\frac{y}{b}\arctan\left[\frac{-2bz}{z^2+y(y-2b)}\right] - \frac{2z(y-2b)}{z^2+(y-2b)^2}\right\}.\end{aligned}$$

La expresión es casi igual a la de la Ecuación 5.12 solo difiere en el signo del numerador que está dentro de la función $\arctan$. Esto se debe a que se debe tomar en cuenta el signo de δ cuando $y > 2b$, cuando $0 < y \leq 2b$ y cuando $y \leq 0$. La expresión inmediatamente arriba es la que sería sólo válida cuando $0 < y \leq 2b$.

Para el caso de la distribución triangular, entonces se debería proceder a hacer el análisis para los tres intervalos de y, que se muestra en la Figura 5.15.

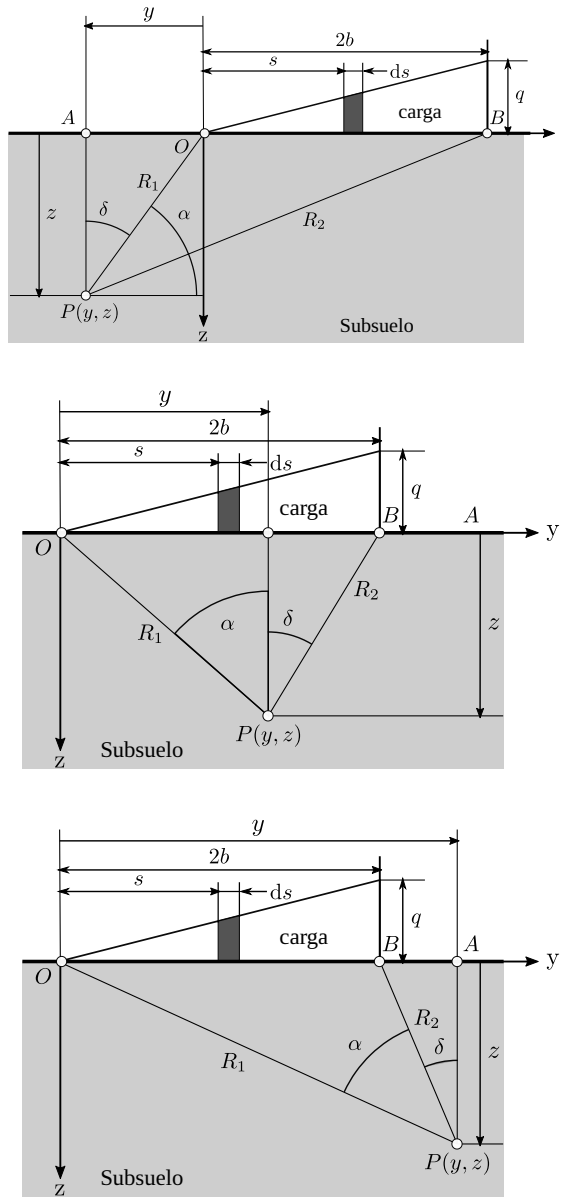


Figura 5.15. Variables para definir la relación entre ángulos y coordenadas de la carga distribuida triangular en tres intervalos: **a** para $y \leq 0$, **b** para $0 < y \leq 2b$ y **c** para $y > 2b$.

Cada caso, se debería resolver de forma simbólica a partir de la Ecuación 5.8 con un CAS ; situación que queda fuera del alcance de este libro.

5.6 Estado de esfuerzos en un punto, $\mathbb{R}^3$

Un punto dentro de un volumen (sometido a un estado de esfuerzos dado) se representa mediante un *tensor de segundo orden* en $\mathbb{R}^3$.

Cuando este **tensor de segundo orden** en $\mathbb{R}^3$ (S) se representa en forma matricial en un sistema coordenado cartesiano tridimensional con ejes x, y y z este tiene la siguiente notación de sus elementos

$$\mathsf{S} = \begin{bmatrix} \sigma_{xx} & \sigma_{xy} & \sigma_{xz} \\ \sigma_{yx} & \sigma_{yy} & \sigma_{yz} \\ \sigma_{zx} & \sigma_{zy} & \sigma_{zz} \end{bmatrix}.$$

Las invariantes características I_i de S en función de los seis elementos independientes del tensor de segundo orden se las calcula del siguiente modo:

$$\begin{aligned} I_1 &= \sigma_{xx} + \sigma_{yy} + \sigma_{zz}, \\ I_2 &= \sigma_{xx}\sigma_{yy} + \sigma_{yy}\sigma_{zz} + \sigma_{zz}\sigma_{xx} - \left(\sigma_{xy}^2 + \sigma_{yz}^2 + \sigma_{zx}^2\right), \\ I_3 &= \sigma_{xx}\sigma_{yy}\sigma_{zz} + 2\sigma_{xy}\sigma_{yz}\sigma_{zx} - \left(\sigma_{xx}\sigma_{yz}^2 + \sigma_{yy}\sigma_{zx}^2 + \sigma_{zz}\sigma_{xy}^2\right). \end{aligned}$$

Estas mismas invariantes se pueden colocar en términos de operaciones matriciales, de este modo:

$$\begin{aligned} I_1 &= \mathrm{tr}(\mathsf{S}), \\ I_2 &= \frac{1}{2}\left(\mathrm{tr}^2(\mathsf{S}) - \mathrm{tr}(\mathsf{S}^2)\right), \\ I_3 &= \det(\mathsf{S}). \end{aligned}$$

Asimismo, S se puede rotar a un nuevo sistema, tal que en un cubo de lados unitarios se aplican únicamente esfuerzos compresivos principales. De este modo, el tensor rotado sería del siguiente modo

$$\mathsf{S}^* = \begin{bmatrix} \sigma_1 & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_2 & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_3 \end{bmatrix}.$$

Las invariantes características I_i de S se puede expresar también mediante las variables σ_i, para $i = \{1, 2, 3\}$:

$$\begin{aligned} I_1 &= \sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3, \\ I_2 &= \sigma_1\sigma_2 + \sigma_2\sigma_3 + \sigma_1\sigma_3, \\ I_3 &= \sigma_1\sigma_2\sigma_3. \end{aligned}$$

Cualquier tensor S se puede descomponer en la suma de un tensor promedio $\mathsf{S}_{\mathrm{iso}}$ (llamado también *tensor isótropo*) y uno desviador $\mathsf{S}_{\mathrm{dev}}$

$$\mathsf{S} \equiv \mathsf{S}_{\mathrm{iso}} + \mathsf{S}_{\mathrm{dev}};$$

donde,

$$\begin{aligned} \mathsf{S}_{\mathrm{iso}} &= \frac{1}{3} I_1 \mathbf{1}, \\ \mathsf{S}_{\mathrm{dev}} &= \mathsf{S} - \mathsf{S}_{\mathrm{iso}}. \end{aligned}$$

Las invariantes características del *tensor desviador* ($\mathsf{S}_{\mathrm{dev}}$) se las denota con J_i, de este modo

$$
\begin{aligned}
J_1 &= 0, \\
J_2 &= \frac{1}{2}\left(\mathrm{tr}^2(\mathsf{S}_{\mathrm{dev}}) - \mathrm{tr}(\mathsf{S}_{\mathrm{dev}}^2)\right), \\
J_3 &= \det(\mathsf{S}_{\mathrm{dev}}).
\end{aligned}
$$

5.7 Estado de esfuerzos en el espacio Haigh–Westergaard

Las magnitudes del estado de esfuerzos en un punto (dadas por tres invariantes del tensor) se pueden representar por un vector $\boldsymbol{\sigma}$ cuyos elementos es la diagonal del tensor principal

$$
\boldsymbol{\sigma} = \begin{pmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \sigma_3 \end{pmatrix}.
$$

Este vector se representa en el espacio *Haigh–Westergard* (HW), que es un sistema coordenado cartesiano ortogonal dextrógiro de bases $\hat{\boldsymbol{s}}_1$, $\hat{\boldsymbol{s}}_2$, $\hat{\boldsymbol{s}}_3$ tales que en cada una de ellas se define de forma respectiva las magnitudes de los esfuerzo principales σ_1, σ_2 y σ_3. En este sistema $\hat{\boldsymbol{s}}_1 = (1,0,0)$, $\hat{\boldsymbol{s}}_2 = (0,1,0)$ y $\hat{\boldsymbol{s}}_3 = (0,0,1)$ (Figura 5.16).

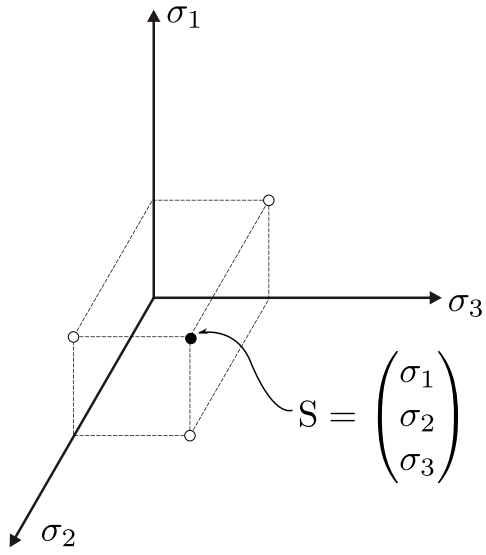


Figura 5.16. Representación del estado de esfuerzos en el espacio *Haigh–Westergard*.

En el mismo espacio, se puede definir otro sistema coordenado también cartesiano pero rotado, llamado *sistema octaédrico*. Este sistema coordenado tiene bases $\hat{\boldsymbol{s}}_{\mathrm{D}}$, $\hat{\boldsymbol{s}}_{\mathrm{E}}$ y $\hat{\boldsymbol{s}}_{\mathrm{F}}$; donde, $\boldsymbol{s}_{\mathrm{D}}$ coincide con la dirección de la línea isótropa del espacio HW y apunta en sentido positivo, *i.e.* apunta en la línea cuando $\sigma_1 = \sigma_2 = \sigma_3$.

Las bases $\hat{\boldsymbol{s}}_{\mathrm{E}}$ y $\hat{\boldsymbol{s}}_{\mathrm{F}}$ pertenecen al plano definido por $\hat{\boldsymbol{s}}_{\mathrm{D}}$ que se denomina *plano octaédrico* (o plano *pi*: $\mathcal{P}_{\Pi}$); donde, $\hat{\boldsymbol{s}}_{\mathrm{E}}$ es horizontal. El espacio octaédrico se relaciona con el sistema inicial por medio de las propias bases en términos del primer sistema coordenado; es decir

$$\hat{\boldsymbol{s}}_{\mathrm{D}} = \left(\frac{1}{\sqrt{3}}, \frac{1}{\sqrt{3}}, \frac{1}{\sqrt{3}}\right),$$
$$\hat{\boldsymbol{s}}_{\mathrm{E}} = \left(0, \frac{-1}{\sqrt{2}}, \frac{1}{\sqrt{2}}\right),$$
$$\hat{\boldsymbol{s}}_{\mathrm{F}} = \left(\frac{2}{\sqrt{6}}, \frac{-1}{\sqrt{6}}, \frac{-1}{\sqrt{6}}\right).$$

De este modo, la operación de la matriz de transformación ($\boldsymbol{R}$) del primer sistema al sistema octaédrico está dada por la ecuación

$$\boldsymbol{\sigma}_{\mathrm{DEF}} = \boldsymbol{R}\boldsymbol{\sigma};$$

donde

$$\boldsymbol{R} = \begin{bmatrix} \frac{1}{\sqrt{3}} & \frac{1}{\sqrt{3}} & \frac{1}{\sqrt{3}} \\ 0 & \frac{-1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} \\ \frac{2}{\sqrt{6}} & \frac{-1}{\sqrt{6}} & \frac{-1}{\sqrt{6}} \end{bmatrix}$$

y

$$\boldsymbol{\sigma}_{\mathrm{DEF}} = \begin{pmatrix} \sigma_{\mathrm{D}} \\ \sigma_{\mathrm{E}} \\ \sigma_{\mathrm{F}} \end{pmatrix}.$$

Para el sistema octaédrico, el esfuerzo isótropo (σ_{oct}) es el escalar que da la ubicación de $\mathcal{P}_{\Pi}$ en la línea isótropa. El esfuerzo octaédrico (τ_{oct}) es el escalar que da la magnitud del esfuerzo de corte que actúa en $\mathcal{P}_{\Pi}$; el ángulo ψ, la orientación en sentido horario respecto la proyección horizontal del eje $\hat{\boldsymbol{s}}_1$ en el plano $\mathcal{P}_{\Pi}$ de ese esfuerzo cortante τ_{oct}; estos que son:

$$\sigma_{\mathrm{oct}} = \frac{I_1}{3},$$
$$\tau_{\mathrm{oct}} = \frac{1}{\sqrt{3}}\sqrt{\sigma_{\mathrm{E}}^2 + \sigma_{\mathrm{F}}^2},$$
$$\psi = \arctan\left(\frac{-\sigma_{\mathrm{F}}}{|\sigma_{\mathrm{E}}|}\right) + \frac{\pi}{2}.$$

La Figura 5.17 muestra el estado de esfuerozos (punto blanco) representado en coordenadas octaédricas.

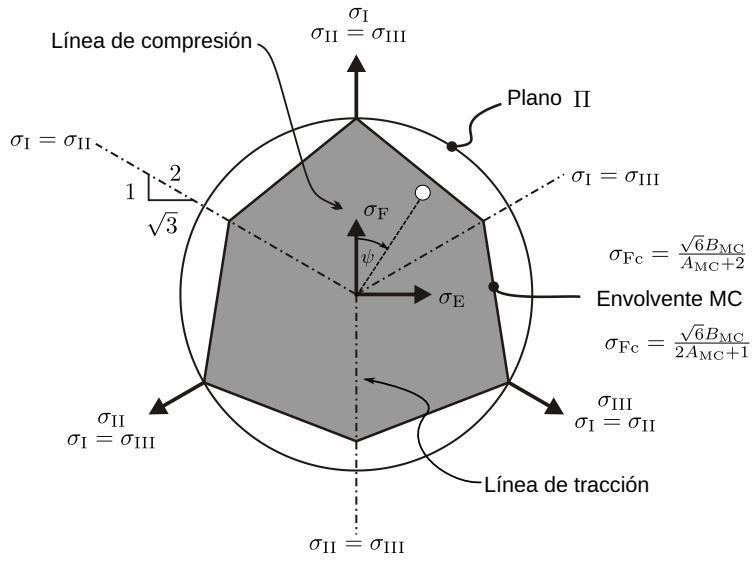


Figura 5.17. Representación del estado de esfuerzos en coordenadas octaédricas.

La tripleta $(\sigma_{\mathrm{oct}}, \tau_{\mathrm{oct}}, \psi)$ puede representar en coordenadas cilíndricas otro sistema coordenado, el *octaédrico cilíndrico*.

5.8 Esfuerzos y orientaciones principales

Tanto las magnitudes como las orientaciones de los esfuerzos principales se pueden obtener de forma matemática. Para obtener las magnitudes y orientaciones de los dos esfuerzos principales se hace una *descomposición espectral* de S_{A} considerando a este como una matriz $\boldsymbol{A}$, de modo de obtener la matriz de *valores propios* ($\boldsymbol{\Lambda}$, letra griega *lambda* mayúscula) y la matriz de *vectores propios* ($\boldsymbol{Q}$):

$$\boldsymbol{A} = \boldsymbol{Q}\boldsymbol{\Lambda}\boldsymbol{Q}^{-1};$$

donde $\boldsymbol{Q}^{-1} = \boldsymbol{Q}^{\intercal}$.

Con la matriz de valores propios se obtiene los vectores de valores propios, en este caso los vectores de los esfuerzos principales mayor y menor en el nuevo sistema, es decir:

$$\boldsymbol{\sigma}_1^{\intercal} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}^{\intercal} \boldsymbol{\Lambda},$$

$$\boldsymbol{\sigma}_3^{\intercal} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}^{\intercal} \boldsymbol{\Lambda};$$

esto si la diagonal principal de $\boldsymbol{\Lambda}$ está ordenada de mayor a menor.

Las magnitudes de σ_1 y σ_3 serán, de forma respectiva, las normas de los vectores $\boldsymbol{\sigma}_1$ y $\boldsymbol{\sigma}_3$:

$$\sigma_1 = |\boldsymbol{\sigma}_1|,$$

$$\sigma_3 = |\boldsymbol{\sigma}_3|.$$

De forma similar, con la matriz de vectores propios se obtiene los vectores unitarios de los planos donde actúan σ_1 y σ_3; que a la vez representan las orientaciones de los respectivos esfuerzos. Para el caso de σ_1,

$$\boldsymbol{u}_1 = -\boldsymbol{Q} \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix};$$

para el caso de σ_3,

$$\boldsymbol{u}_3 = -\boldsymbol{Q} \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}.$$

Los signos negativos son debidos a la convención de signos de geotecnia por ser la compresión negativa.

A la vez, la matriz de vectores propios representa la matriz de rotación del sistema inicial x–z al sistema donde actúan σ_1 y σ_3; por tanto, el arcocoseno del elemento $Q(1,1)$ de la matriz $\boldsymbol{Q}$ es el ángulo entre el eje-x y el nuevo eje donde actúa σ_1; el arcocoseno del elemento $Q(2,2)$ es el ángulo entre el eje-y y el nuevo eje donde actúa σ_3. El sentido de los vectores que representan estos esfuerzos principales dependerá del signo de sus magnitudes; si la magnitud es positiva es de compresión (*i.e.* apuntando en sentido hacia el plano), de lo contrario es de tracción (*i.e.* apuntando en sentido del plano hacia afuera).

La orientación de σ_1 y σ_3 se puede representar por ángulos siempre respecto del eje x por los ángulos θ_1 y θ_2 (positivos en sentido de x a z); en este caso

$$\cos\theta_1 = \boldsymbol{u}_1 \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix},$$

$$\cos\theta_3 = \boldsymbol{u}_3 \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}.$$

Por ejemplo, para el caso de un punto dentro del macizo rocoso que representa un talud en dos dimensiones. Se adopta el sistema de referencia cartesiano dextrógiro con el eje-y coincidente con la horizontal y el eje-z con la vertical hacia abajo, con origen el la corona del talud (o el punto más alto del perfil del talud que se analiza) y su cara apuntando hacia el sentido positivo de y. Con este sistema, los esfuerzos que se recomienda conocer son: el esfuerzo normal al plano y (σ_{yy}), el esfuerzo normal al plano z (σ_{zz}) y el esfuerzo tangencial al plano y en dirección z (σ_{yz}). También puede ser el esfuerzo tangencial al plano z en dirección y (σ_{zy}), tal como se muestra en la Figura 5.18.

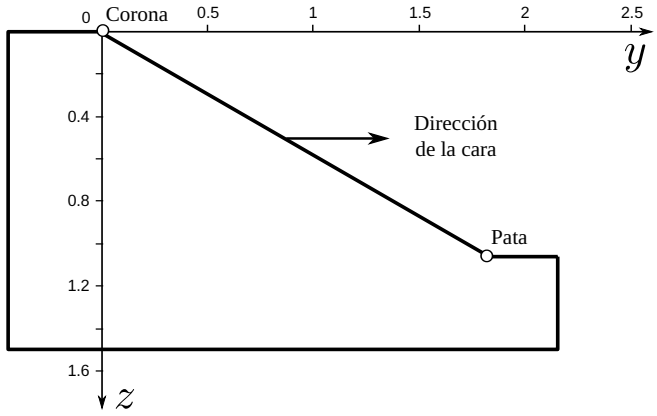


Figura 5.18. Convención de ejes coordenados en un talud.

Los dos últimos casos son equivalentes en magnitudes, *i.e.* $\sigma_{zy} = \sigma_{yz}$; en su defecto, la magnitud del esfuerzo principal mayor (σ_1), la magnitud del esfuerzo principal menor (σ_3) y el ángulo del esfuerzo principal mayor respecto el eje-y en sentido horario (θ_1).

Muchas veces solo se quiere conocer si un punto dado dentro del macizo rocoso ha sobrepasado su resistencia última o no. En este caso, no es necesario conocer la orientación de los esfuerzos principales; se trabaja de forma mejor con las magnitudes σ_1 y σ_3 para conocer el *esfuerzo medio* (σ_{mean}) y el *esfuerzo cortante máximo* (τ_{max}), estos definidos de la siguiente forma:

$$\sigma_{\text{mean}} = \frac{\sigma_1 + \sigma_3}{2},$$

$$\tau_{\text{max}} = \frac{\sigma_1 - \sigma_1}{2}.$$

Con estos dos valores se verifica las magnitudes de los dos esfuerzos principales: máximo y menor,

$$\sigma_{1,3} = \sigma_{\text{mean}} \pm \tau_{\text{max}}.$$

5.9 Estado de esfuerzos principales horizontales

El campo de esfuerzos triaxial sería una condición común y potencialmente candidata para simplificarse para representar el estado de esfuerzos en el macizo rocoso.

Esta es la razón por la cual, un campo de *tensores de esfuerzos naturales* en un macizo rocoso se puede representar de forma simplificada como un *campo triaxial tectonizado*, donde los esfuerzos horizontales son esfuerzos principales. De esta forma, el esfuerzos vertical también es un esfuerzo principal.

Por la cantidad de incógnitas que presenta el tensor S (*i.e.* seis), no se tiene claro las teorías para estimar el campo de esfuerzos en sitio de un punto; de ahí la importancia de la medida de los esfuerzos naturales, porque cualquier condición original válida estará alterada por otros tensores generados en lo posterior.

Es común asumir que el tensor de esfuerzos naturales en cualquier punto tiene direcciones principales: una vertical y dos horizontales (Figura 5.19); de este modo, el tensor generalizado se reduce a la siguiente expresión de la Ecuación 5.13),

$$\mathsf{S}_{\mathrm{N}} = \begin{bmatrix} \sigma_{xx} & \sigma_{xy} & 0 \\ \sigma_{xy} & \sigma_{yy} & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_{zz} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sigma_{\mathrm{H}x} & \sigma_{\mathrm{H}y} & 0 \\ \sigma_{\mathrm{h}y} & \sigma_{\mathrm{h}y} & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_{\mathrm{v}} \end{bmatrix}; \tag{5.13}$$

donde σ_{v} es el esfuerzo vertical; σ_{Hx} y σ_{Hy} son los componentes horizontal mayores, en dirección x y y; σ_{hx} y σ_{hy} son los componentes horizontal menores, también en dirección x y y.

Esta condición es válida por ejemplo en topografías planas (*e.g* mesetas, altiplanos, llanos) en macizos rocosos homogéneos, isótropos y libre de megadiscontinuidades estructurales (*e.g* zonas de falla).

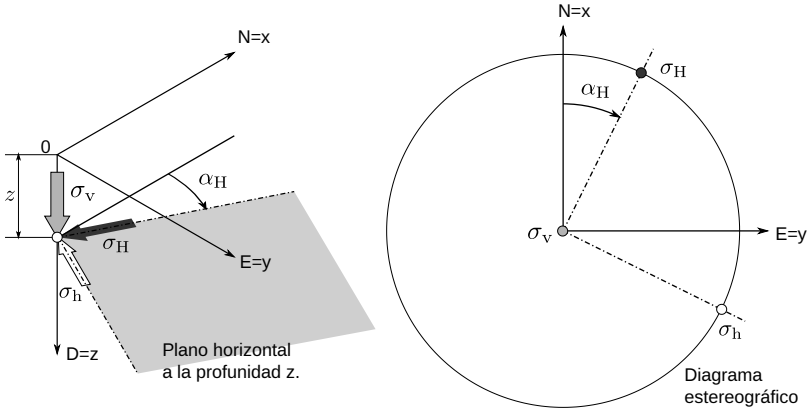


Figura 5.19. Tensor de esfuerzos naturales con esfuerzos principales horizontales.

Debido a que el tensor es ortonormal, sólo con conocer la orientación de uno de los esfuerzos horizontales (*e.g.* dirección del esfuerzo horizontal mayor σ_{H}) se logra conocer la dirección del restante tensor horizontal (*e.g.* dirección del esfuerzo horizontal menor σ_{h}). La Ecuación 5.14 muestra la expresión del tensor de esfuerzos naturales en función de las tres magnitudes principales (σ_{v}, σ_{H}, y σ_{h}) y la dirección del esfuerzo principal mayor, dada por su acimut respecto al norte (α_{H}); tal como se muestra en la Figura 5.19:

$$\mathsf{S}_{\mathrm{N}} = \begin{bmatrix} \mathsf{S}_{2\mathrm{N}} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0}^{\mathsf{T}} & \sigma_{\mathrm{v}} \end{bmatrix}; \tag{5.14}$$

donde

$$\mathsf{S}_{2N} = \begin{bmatrix} \sigma_{\mathrm{H}} \cos^2 \alpha_{\mathrm{H}} + \sigma_{\mathrm{h}} \sin^2 \alpha_{\mathrm{H}} & (\sigma_{\mathrm{H}} - \sigma_{\mathrm{h}}) \sin \alpha_{\mathrm{H}} \cos \alpha_{\mathrm{H}} \\ (\sigma_{\mathrm{H}} - \sigma_{\mathrm{h}}) \sin \alpha_{\mathrm{H}} \cos \alpha_{\mathrm{H}} & \sigma_{\mathrm{H}} \sin^2 \alpha_{\mathrm{H}} + \sigma_{\mathrm{h}} \cos^2 \alpha_{\mathrm{H}} \end{bmatrix},$$

$$\mathbf{0} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}.$$

De este modo, se muestra que si se asume un tensor de esfuerzos naturales con direcciones principales una vertical y dos horizontales, se necesita conocer sólo cuatro variables $\{\sigma_{\mathrm{v}}, \sigma_{\mathrm{H}}, \sigma_{\mathrm{h}}, \alpha_{\mathrm{H}}\}$.

La magnitud del esfuerzo principal horizontal mayor (σ_{H}) se deduce por estudios tectónicos en una región determinada, así como también se asume el ángulo de acimut vista en planta de la orientación de su aplicación (α_{H}). La magnitud del esfuerzo principal vertical (σ_{v}) es el esfuerzo geoestático, dado por el producto de la densidad en peso del macizo rocoso (peso unitario, γ) por la profundidad desde la superficie del terreno (z), *i.e.* el famoso γz.

Existen diversas propuestas empíricas para estimar la relación entre el esfuerzo principal horizontal mayor y el esfuerzo principal vertical; todas dependientes del régimen tectónico de la región.

El esfuerzo principal horizontal menor (σ_{h}) es difícil de estimar, siempre es menor al esfuerzo principal horizontal mayor pero mayor o menor al esfuerzo principal vertical; eso dependiendo del régimen de esfuerzos que se tenga en la región. Por ejemplo, en un régimen compresivo puede ser $\sigma_{\mathrm{H}} > \sigma_{\mathrm{h}} > \sigma_{\mathrm{v}}$ o puede ser menor a ambos esfuerzos $\sigma_{\mathrm{H}} > \sigma_{\mathrm{v}} > \sigma_{\mathrm{h}}$.

Ecuación de Sheorey (1994)

La ecuación empírica de Sheorey (1994) tiene el fin de posibilitar el cálculo de la relación esfuerzo horizontal menor con el vertical

$$\frac{\sigma_{\mathrm{H}}}{\sigma_{\mathrm{v}}},$$

conocido como *coeficiente K*. Esta ecuación se puede usar en un *régimen de esfuerzos normales* y depende del *módulo de deformación* del macizo rocoso (E_{m}) dado en gigapascales. Esta ecuación es de la siguiente forma:

$$K = \frac{\sigma_{\mathrm{H}}}{\sigma_{\mathrm{v}}} = 0.25 + 7\, E_{\mathrm{m}} \left(\frac{1}{1000} + \frac{1}{z} \right);$$

donde z que es la profundidad del punto de análisis desde la superficie del terreno, dada en metros.

Esta ecuación debe manejarse con cuidado; ante todo, el régimen tectónico de la zona será siempre prevalesciente ante cualquier valor que se obtenga de K.

Una simplificación que se puede hacer es asumir que los dos esfuerzos principales horizontales son iguales en magnitud, $\sigma_{\mathrm{H}} \equiv \sigma_{\mathrm{h}}$, que resultará en un tensor de esfuerzos naturales *axisimétrico*. Esto puede ser razonable cuando en magnitud el esfuerzo principal horizontal mayor es

cercano al esfuerzo principal vertical en menos de una razón del doble del uno respecto al otro y cuando σ_{H} y σ_{h} son cercanos en magnitud.

Deducción de la Ecuación 5.14

Para encontrar la expresión de la Ecuación 5.14 se parte de un tensor que está en el sistema coordenado NED y donde el esfuerzo principal mayor horizontal (σ_{H}) apunta hacia el Norte; es decir, paralelo a la dirección del eje x del sistema coordenado (Figura 5.19a). De ese modo, el tensor en el sistema NED sería el siguiente

$$\mathsf{S}^*_{\mathrm{N}} = \begin{bmatrix} \sigma_{\mathrm{H}} & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_{\mathrm{h}} & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_{\mathrm{v}} \end{bmatrix}.$$

Debido a que se rotará siempre sobre el eje z un valor de acimut α_{H} desde el eje x al eje y (para esta deducción, por simplificación y temporalmente) se trabajará solo en el plano x–y. Por tanto, el tensor en el plano es el que se muestra en la Figura 5.20a y lo definiremos como el tensor $\mathsf{S}^*_{2\mathrm{N}}$ del siguiente modo

$$\mathsf{S}^*_{2\mathrm{N}} = \begin{bmatrix} \sigma_{\mathrm{H}} & 0 \\ 0 & \sigma_{\mathrm{h}} \end{bmatrix}.$$

Ahora se hace rotar el tensor $\mathsf{S}^*_{2\mathrm{N}}$ el valor de α_{H} veces desde el eje x al eje y, pero dentro del primer cuadrante (Figura 5.20b), esto solo para tener la expresión general.

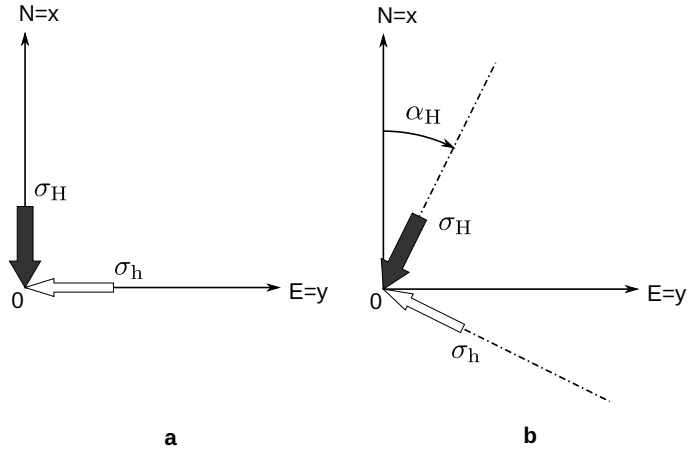


Figura 5.20. Tensor en el plano de esfuerzos horizontales que son también esfuerzos principales: a estado inicial no rotado, **b** estado rotado por un valor α_{H} del eje x al eje y.

Se debe tener mucho cuidado y entender que se está haciendo una rotación de un tensor cualquiera, en este caso S^*. La rotación de un tensor S^* a una nueva posición S está dado por

$$\mathsf{S} = \boldsymbol{R}\,\mathsf{S}^*\,\boldsymbol{R}^{\intercal};$$

donde $\boldsymbol{R}$ es la matriz de rotación, en un valor angular α, dada para nuestro sistema adoptado

$$\boldsymbol{R} = \begin{pmatrix} \cos\alpha & -\sin\alpha \\ \sin\alpha & \cos\alpha \end{pmatrix}.$$

Así, la expresión se expande para el caso de la rotación de $\mathsf{S}_{2\mathrm{N}}^{*}$ en un valor angular de α_H; esta que es

$$\begin{aligned}
\mathsf{S}_{2\mathrm{N}} &= \boldsymbol{R}\,\mathsf{S}_{2\mathrm{N}}^{*}\,\boldsymbol{R}^{\mathsf{T}}, \\
&= \begin{pmatrix} \cos\alpha_H & -\sin\alpha_H \\ \sin\alpha_H & \cos\alpha_H \end{pmatrix} \begin{bmatrix} \sigma_{\mathrm{H}} & 0 \\ 0 & \sigma_{\mathrm{h}} \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \cos\alpha_H & \sin\alpha_H \\ -\sin\alpha_H & \cos\alpha_H \end{pmatrix}, \\
&= \begin{pmatrix} \cos\alpha_H & -\sin\alpha_H \\ \sin\alpha_H & \cos\alpha_H \end{pmatrix} \begin{bmatrix} \sigma_{\mathrm{H}}\cos\alpha_{\mathrm{H}} & \sigma_{\mathrm{H}}\sin\alpha_{\mathrm{H}} \\ -\sigma_{\mathrm{h}}\sin\alpha_{\mathrm{H}} & \sigma_{\mathrm{h}}\cos\alpha_{\mathrm{H}} \end{bmatrix}, \\
&= \begin{bmatrix} \sigma_{\mathrm{H}}\cos^2\alpha_{\mathrm{H}} + \sigma_{\mathrm{h}}\sin^2\alpha_{\mathrm{H}} & (\sigma_{\mathrm{H}} - \sigma_{\mathrm{h}})\sin\alpha_{\mathrm{H}}\cos\alpha_{\mathrm{H}} \\ (\sigma_{\mathrm{H}} - \sigma_{\mathrm{h}})\sin\alpha_{\mathrm{H}}\cos\alpha_{\mathrm{H}} & \sigma_{\mathrm{H}}\sin^2\alpha_{\mathrm{H}} + \sigma_{\mathrm{h}}\cos^2\alpha_{\mathrm{H}} \end{bmatrix}.
\end{aligned}$$

Ahora se muestra el tensor completo rotado, armado de la siguiente forma

$$\begin{aligned}
\mathsf{S}_{\mathrm{N}} &= \begin{bmatrix} \mathsf{S}_{2\mathrm{N}} & \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} \\ [\,0, 0\,] & \sigma_{\mathrm{v}} \end{bmatrix}, \\
&= \begin{bmatrix} \mathsf{S}_{2\mathrm{N}} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0}^{\mathsf{T}} & \sigma_{\mathrm{v}} \end{bmatrix}.
\end{aligned}$$

5.10 Esfuerzo en un plano inclinado en $\mathbb{R}^3$

El proceso de determinar la magnitud y la orientación del máximo esfuerzo cortante en un plano arbitrario (en el espacio) es relevante para cualquier problema en el que interviene un macizo rocoso cargado bajo un campo de esfuerzos naturales, con la presencia de planos de discontinuidades y a profundidades de la corteza terrestre.

Para lograr la solución es necesario acudir al concepto de tensor de esfuerzos, el teorema de Cauchy de una tensión de esfuerzos sobre un plano, la transformación de tensores de segundo orden y la transformación entre los sistemas coordenados cartesianos en $\mathbb{R}^3$.

Existe a parte de esta solución analítica, la versión gráfica de lo mismo. Las orientaciones de la aplicación de los esfuerzos y la de los planos se representa en la proyección estereográfica.

Para determinar lo indicado, es necesario conocer el campo de esfuerzos alrededor del plano; de este modo, se tiene que conocer las orientaciones y las magnitudes de los tres esfuerzos principales de este campo. Si el sistema coordenado tiene sus bases paralelas a las tres direcciones de los esfuerzos principales, entonces el tensor de esfuerzos al rededor del plano son

$$\mathsf{S}' = \begin{bmatrix} \sigma_1' & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_2' & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_3' \end{bmatrix}.$$

Las magnitudes de estos esfuerzos principales son invariantes respecto el sistema coordenado; existe un escalar que informa sobre la condición de campo de esfuerzos, que se llama la *relación de esfuerzos* y está dada por

$$R = \frac{\sigma_2 - \sigma_1}{\sigma_3 - \sigma_1}.$$

Otra relación similar es la definida por Angelier (1984), que está dada por

$$\Phi = \frac{\sigma_2 - \sigma_3}{\sigma_1 - \sigma_3}.$$

Asimismo, se tiene que conocer la orientación espacial del plano.

El sistema coordenado de referencia, donde se da todos los datos de entrada y de salida, es el NED; sin embargo, toda orientación (sea de una línea o de un plano) se da según la nomenclatura azimut y inmersión (*trend & plunge*). En el caso del plano, éste se transforma primero a la línea normal a este, que es el polo del plano, dado por un vector $\boldsymbol{u}_n$.

También se trabaja en el sistema coordenado coincidente con los tres ejes de los esfuerzos principales (que se lo llamará, sistema S123): el vector principal mayor (primer eje), el vector principal intermedio (segundo eje) y el vector principal menor (tercer eje).

Finalmente, se trabaja con el sistema coordenado coincidente con el polo del plano (primer eje, dado por el vector $\boldsymbol{u}_\mathrm{n}$), el polo del plano de movimiento (segundo eje, dado por un vector $\boldsymbol{u}_\mathrm{b}$) y la línea coincidente con el desplazamiento del máximo corte (tercer eje, dado por un vector $\boldsymbol{u}_\mathrm{s}$); que se lo llamará sistema NBS.

Todo vector en el sistema NED no tendrá ningún superíndice para distinguirlo, mientras que todo vector en el sistema S123 tendrá un apóstrofe como superíndice; los vectores en el sistema NBS tendrán dos apóstrofes. Por ejemplo, el vector unitario que representa la orientación espacial del plano en cuestión en el sistema NED será $\boldsymbol{u}_\mathrm{n}$, en el sistema S123 será $\boldsymbol{u}'_\mathrm{n}$ y en el sistema NBS $\boldsymbol{u}''_\mathrm{n}$.

Si bien se habla de *determinar* la magnitud y la orientación del máximo esfuerzo cortante en un plano arbitrario; se hace simplemente la representación del mismo estado de esfuerzos (ya existente) en un sistema coordenado distinto, donde uno de los tres ejes es paralelo a la normal del plano y a la dirección del máximo esfuerzo cortante.

El procedimiento es el siguiente.

1. Convierta las orientaciones de los esfuerzos principales, dados en azimut y inmersión, a vectores unitarios en el sistema coordenado NED: $\boldsymbol{u}_{\sigma_1}$, $\boldsymbol{u}_{\sigma_2}$ y $\boldsymbol{u}_{\sigma_3}$. Verifique que los tres vectores unitarios sean ortonormales.
2. Convierta la orientación del plano de la discontinuidad, dado en azimut y inmersión, a también un vector unitario en el sistema NED, *i.e.* $\boldsymbol{u}_\mathrm{n}$.
3. Cree la matriz de rotación del sistema S123 al NED; $\boldsymbol{R}_{\mathrm{S123,NED}}$.
4. Transforme la orientación del plano de discontinuidad, que está en el sistema NED, al sistema S123; que dará $\boldsymbol{u}'_\mathrm{n}$. Esto se logra con

$$\boldsymbol{u}'_\mathrm{n} = \boldsymbol{R}_{\mathrm{S123,NED}}\, \boldsymbol{u}_\mathrm{n}.$$

5. Con el teorema de Cauchy, calcule el vector de tensiones ($\boldsymbol{p}$) que se aplica sobre el plano de discontinuidades; esto en el sistema S123, debido a que el tensor de esfuerzos está en este sistema. Esto con

$$\boldsymbol{p}' = \boldsymbol{R}_{\mathrm{S123,NED}}\, \boldsymbol{u}'_{\mathrm{n}}.$$

6. Calcule la magnitud de $\boldsymbol{p}'$ que es invariante a cualquier transformación; es decir, use

$$|\boldsymbol{p}| = |\boldsymbol{p}'| = |\boldsymbol{p}''|.$$

7. El vector unitario de la orientación $\boldsymbol{u}'_{\mathrm{p}}$ es uno que está en el sistema S123; esta orientación transfórmela al sistema NED para obtener $\boldsymbol{u}_{\mathrm{p}}$, que lo puede representar en la nomenclatura azimut e inmersión.
8. El polo del plano de discontinuidad (dado por $\boldsymbol{u}_{\mathrm{n}}$) y el vector unitario de la tensión (dado por $\boldsymbol{u}_{\mathrm{p}}$) son coplanarios en el plano de movimiento. Por tanto, el polo del plano de movimiento con orientación unitaria $\boldsymbol{u}_{\mathrm{b}}$ es normal a ambos y se halla con

$$\boldsymbol{u}_{\mathrm{b}} = \boldsymbol{u}_{\mathrm{n}} \times \boldsymbol{u}_{\mathrm{p}}.$$

   Esta propiedad es invariante al sistema coordenado.
9. El esfuerzo cortante máximo se encuentra en la intersección del plano de la discontinuidad y el plano de movimiento; a la vez es normal a los polos de estos planos; por tanto,

$$\boldsymbol{u}_{\mathrm{s}} = \boldsymbol{u}_{\mathrm{n}} \times \boldsymbol{u}_{\mathrm{b}}.$$

   Esta propiedad también es invariante.
10. Conocidas la orientaciones de estas tres líneas n, b y s se encuentra la matriz de rotación del sistema NBS al S123

$$\boldsymbol{R}_{\mathrm{NBS,S123}} = \begin{pmatrix} (\boldsymbol{u}'_{\sigma_1} \cdot \boldsymbol{u}'_{\mathrm{n}}) & (\boldsymbol{u}'_{\sigma_1} \cdot \boldsymbol{u}'_{\mathrm{b}}) & (\boldsymbol{u}'_{\sigma_1} \cdot \boldsymbol{u}'_{\mathrm{s}}) \\ (\boldsymbol{u}'_{\sigma_2} \cdot \boldsymbol{u}'_{\mathrm{n}}) & (\boldsymbol{u}'_{\sigma_2} \cdot \boldsymbol{u}'_{\mathrm{b}}) & (\boldsymbol{u}'_{\sigma_2} \cdot \boldsymbol{u}'_{\mathrm{s}}) \\ (\boldsymbol{u}'_{\sigma_3} \cdot \boldsymbol{u}'_{\mathrm{n}}) & (\boldsymbol{u}'_{\sigma_3} \cdot \boldsymbol{u}'_{\mathrm{b}}) & (\boldsymbol{u}'_{\sigma_3} \cdot \boldsymbol{u}'_{\mathrm{s}}) \end{pmatrix}.$$

11. Se expresa las magnitudes de los esfuerzos principales dados en el sistema S123 en el sistema NBS; es decir, se halla esas magnitudes normal y paralelas al plano de discontinuidad; esto con la transformación de tensores

$$\mathsf{S}'' = \boldsymbol{R}^{\mathrm{T}}_{\mathrm{NBS,S123}}\, \mathsf{S}'\, \boldsymbol{R}_{\mathrm{NBS,S123}}.$$

12. La componente del tensor S'' que interesa, es la paralela al polo del plano de discontinuidad (paralela a la orientación $\boldsymbol{u}_{\mathrm{n}}$); es decir, los esfuerzos que actúan en el plano de discontinuidad que son los esfuerzos de la primera fila del tensor S''.
13. La magnitud del esfuerzo que actúa sobre el plano de discontinuidad y paralelo a la normal al mismo plano es σ''_{11}.
14. La magnitud del esfuerzo que actúa sobre el plano y paralelo a $\boldsymbol{u}_{\mathrm{b}}$ es σ''_{12} y tiene que ser cero.
15. La magnitud del esfuerzo que actúa sobre el plano y paralelo a $\boldsymbol{u}_{\mathrm{s}}$ es σ''_{13} y es el máximo; es finalmente lo que se está buscando.

Capítulo 6
Resistencia mecánica

6.1 Envolvente de rotura de Bieniawski

La envolvente de rotura del material rocoso propuesta por Bieniawski (1974) es una caso particular de la envolvente de rotura de Murrell (1965), donde se quiso generalizar valores que se acomoden a la mayor cantidad de rocas. Esta envolvente como la de Murrel es poca conocida en la actualidad; sin embargo, es una de las primeras envolventes empíricas no lineales propuesta para el material rocoso.

La ventaja de esta envolvente es que está en función de un **solo parámetro**, la resistencia a compresión uniaxial (σ_{ci}) que se estima de forma aproximada muy fácilmente, como se vio en el Capítulo 2. Con este único parámetro y con la envolvente se puede tener un posible valor de resistencia a rotura del material rocoso para diferentes estados de esfuerzos distintos de la uniaxial, como ser estados de esfuerzos compresivos axisimétricos.

La expresión de la envolvente de rotura de Bieniawski, dentro del espacio Heigh Westergaard, definido por los esfuerzos principales mayor y menor (σ_1 y σ_3 respectivamente), es la siguiente:

$$\frac{\sigma_1}{\sigma_{ci}} = 3.5\left(\frac{\sigma_3}{\sigma_{ci}}\right)^{0.75} + 1.$$

Esta expresión, dada en valores decimales se la puede poner como fracciones del siguiente modo

$$\frac{\sigma_1}{\sigma_{ci}} = \frac{35}{10}\left(\frac{\sigma_3}{\sigma_{ci}}\right)^{\frac{75}{100}} + 1;$$

que simplificando da finalmente

$$\frac{\sigma_1}{\sigma_{ci}} = \frac{7}{2}\left(\frac{\sigma_3}{\sigma_{ci}}\right)^{\frac{3}{4}} + 1;$$

donde el parámetro σ_{ci} ya fue definido arriba.

La desventaja de este criterio de rotura es que no toma en cuenta el aporte de la resistencia a tracción que pueda brindar la roca a ciertos estados de esfuerzos y no es una envolvente universal; es decir, que sea aplicada para todo tipo de rocas. Las rocas originales en las que se ensayaron y se obtuvo la envolvente son Norita, Cuarcita, Arenisca, Siltita y Lodolita; rocas sedimentarias con cierto grado de metamorfismo.

Si las dos variables σ_1 y σ_3 se dividen por el parámetro σ_{ci} se tiene las variables normalizadas en unidades [1], que las denotaremos respectivamente como σ_{n1} y σ_{n3}; de este modo, la envolvente toma la forma de

$$\sigma_{n1} = 1 + \frac{7}{2}\,\sigma_{n3}^{\frac{3}{4}};$$

con $\sigma_{n1} = \frac{\sigma_1}{\sigma_{ci}}$, $\sigma_{n3} = \frac{\sigma_3}{\sigma_{ci}}$ y válida para un intervalo de σ_{n3} de $(0, \infty]$.

Resolviendo para el esfuerzo principal menor normalizado.s-
Se despeja σ_{n3} del siguiente modo

$$\begin{aligned}
\sigma_{n1} &= 1 + \frac{7}{2}\sigma_{n3}^{\frac{3}{4}}, \\
\frac{2}{7}(\sigma_{n1} - 1) &= \sigma_{n3}^{\frac{3}{4}}, \\
\ln\left[\frac{2}{7}(\sigma_{n1} - 1)\right] &= \frac{3}{4}\ln\sigma_{n3}, \\
\frac{4}{3}\ln\left[\frac{2}{7}(\sigma_{n1} - 1)\right] &= \ln\sigma_{n3}.
\end{aligned}$$

Se resuelve para σ_{n3} para tener

$$\sigma_{n3} = \mathrm{e}^{\frac{4}{3}\ln\left[\frac{2}{7}(\sigma_{n1}-1)\right]}.$$

o

$$\sigma_{n3} = \left[\frac{2}{7}(\sigma_{n1} - 1)\right]^{\frac{4}{3}}.$$

En el caso que σ_{n1} sea cero, entonces

$$\begin{aligned}
\sigma_{n3} &= \left(-\frac{2}{7}\right)^{\frac{4}{3}}, \\
&= \sqrt[3]{\frac{16}{2401}}, \\
&\approx 0.2.
\end{aligned}$$

Sin embargo, la función no fue construida para que se tengan valores de negativos ni menores a 0.2 de σ_{n3} ni tampoco valores inferiores a la unidad de σ_{n1}. La Figura 6.1 muestra la forma de la función para valores de $0.2 < \sigma_{n3} \leq 2$.

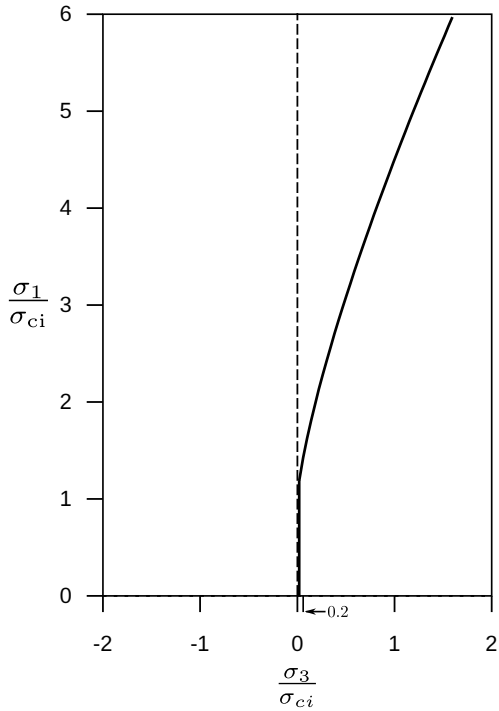


Figura 6.1. Envolvente de rotura de Bieniawski (1974), caso particular de la propuesta por Murrell (1965).

La línea vertical en las abscisas en el origen que llega hasta el valor de $\sigma_{n1} = 1$ se denomina en el léxico de *envolvente de rotura*: *cut-off*. Se podría conectar una función para el lado de los valores de $\sigma_{n3} \leq 0.2$, para ello se debe cumplir continuidad en el punto $(0, 1)$, tanto en conexión como en pendiente; sin embargo, debido a que el valor de σ_{n1} no incluye en el rango de validez de la función, esa continuidad no es posible.

En conclusión la expresión de la envolvente de rotura es

$$\frac{\sigma_1}{\sigma_{ci}} = \begin{cases} 1 & \text{para } \sigma_3 \leq 0.2, \\ \frac{7}{2}\left(\frac{\sigma_3}{\sigma_{ci}}\right)^{\frac{3}{4}} + 1 & \text{para } \sigma_3 > 0.2. \end{cases} \tag{6.1}$$

Pese a las limitaciones de este criterio, debido a que solo depende de la resistencia a compresión uniaxial, se usa para calcular los esfuerzos de cámara que se va a aplicar a los ensayos de compresión triaxial axisimétrico.

6.2 Envolventes de límite máximo del material rocoso

Resulta interesante agrupar de la literatura las expresiones matemáticas propuestas para establecer las funciones de esfuerzos críticos en el material rocoso; llamadas *envolventes de esfuerzos críticos* o normalmente como las *envolventes de falla*. Esto con el fin de establecer

el límite a partir del cual la roca empieza un proceso sin retorno, un punto a partir del cual la roca cambia de comportamiento mecánico.

Se cree o a veces es bueno asumir que en este límite el material rocoso simplemente falla, pero pueden existir otros posibles procesos a partir de este límite. El material rocoso puede fluir o fracturarse hasta una trituración que le hace perder adhesión (desvanecerse si no tiene donde sostenerse) que resulta siendo una degradación hasta el colapso total (una desintegración).

El conocer una de las varias envolventes de esfuerzos críticos en el material rocoso es importante porque la falla del material por lo general se dice que ocurre cuando se alcanza el esfuerzo máximo o que al menos se inicia en este estado (Jaeger & Cook, 1979). También porque este estado representa el estado de esfuerzos donde empieza la fluencia; de este modo, la envolvente de esfuerzos críticos puede usarse como la *función de fluencia* asociada a la *ley de fluencia*.

La resistencia mecánica máxima es una función $f(|\mathsf{R}|, P)$ de un campo de escalares (que son las invariantes del tensor R) y constantes particulares (parámetros, P). Esta función se denomina *función de esfuerzo límite* o *función de resistencia mecánica máxima*.

De este modo, si P es un conjunto de parámetros mecánicos característicos del material rocoso y $|\mathsf{R}|$ está definida por al menos tres variables que representan las tres invariantes del tensor de segundo orden R, *i.e.* X_1, X_2 y X_3; la función tensorial de esfuerzo límite (*i.e.* envolvente de falla) de ese material se definen como

$$f(|\mathsf{R}|, P); \tag{6.2}$$

cuya forma estará sujeta de acuerdo a las conclusiones de las investigaciones de diferentes autores y sus reglas, que en muchos de los casos de la mecánica de rocas son *reglas empíricas*; pero que tienen que ser consistentes con resultados experimentales, de implementación práctica y forma matemática simple.

Por definición se dice que una roca *falla*, *empieza a fallar* o entra en *estado de fluencia* cuando el material rocoso ya no puede sostener más un estado de esfuerzos determinado por sus magnitudes $|\mathsf{S}|$; es decir,

$$|\mathsf{S}| > f(|\mathsf{R}|, P); \tag{6.3}$$

siendo un estado de esfuerzos dado por la magnitud del tensor $|\mathsf{S}|$ que no está en estado de falla (*i.e.* o no entra en fluencia) si se cumple que

$$|\mathsf{S}| \leq f(|\mathsf{R}|, P). \tag{6.4}$$

Por ejemplo, si $X_1 = \sigma_1$, $X_2 = \sigma_2$ y $X_3 = \sigma_3$, la función sería

$$f(\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3, P). \tag{6.5}$$

Las definiciones de arriba se basan en la teoría de la mecánica continua y está dada para un estado de esfuerzos general.

Sin embargo, existen otras teorías para definir la falla de un material. Por ejemplo, para el caso del material rocoso, Cook (1965) (traducido al español por Suarez–Burgoa, 2009) describe exhaustivamente el proceso de falla según la teoría de propagación de fisuras de Griffith (1921) y Griffith (1924). La mayoría de los análisis y desarrollo de ecuaciones en este campo se hizo para casos especiales, donde $\sigma_3 = \sigma_2$; dando a lugar a envolventes *bidimensionales axisimétricas*.

Las envolventes propuestas a continuación se han usado para materiales rocosos, pero los autores originales no necesariamente las han propuesto para estas, ellos las han propuesto para materiales tales como el acero, el hormigón (entre otros materiales), donde por conveniencia se toma en cuenta invariantes de esfuerzos; tales como por ejemplo, el esfuerzo o la deformación máxima a corte, el máximo esfuerzo principal, la máxima deformación principal, la máxima energía de deformación, la máxima energía de deformación por corte o el máximo esfuerzo de corte octaédrico.

Hay que reconocer de esos criterios de falla, uno de ellos que se proponga para el material rocoso, debe ser consistente con los resultados de la experimentación. Para algunos especiales estados de esfuerzos (*e.g.* corte puro, compresión uniaxial, compresión triaxial axisimétrica) el criterio también debe ser el más apropiado; por ejemplo, si se tiene datos de experimentación en *celdas triaxiales verdaderas*, no tiene sentido plantear una criterio de rotura bidimensional.

Para el caso del material rocoso, con el fin de obtener la envolvente de falla de valores máximos, se tiene que realizar decenas de ensayos entre ellos los de tracción directa o indirecta, compresión uniaxial simple y compresión triaxial axisimétrico; los dos últimos, en una máquina servocontrolada con posibilidades de obtener la *curva posrotura* y los *límites de propagación de fisuras*. En el mejor de los casos se tiene que lograr también hacer ensayos triaxiales verdaderos (también llamados *ensayos poliaxiales*) y el ensayo por excelencia, que sería el *ensayo de cilindro hueco*. En los ensayos triaxiales se puede adoptar el método escalonado, lo cual posibilita obtener una mayor cantidad de puntos por cada cuerpo de prueba ensayado.

A continuación se describe unas cuantas envolventes usadas en materiales rocosos de la literatura, descripción que se basa en el artículo de Suarez–Burgoa (2008).

6.2.1 Criterio de Griffith original

Bajo este nombre se ha expuesto en la literatura al criterio de propagación de fracturas de Griffith, que tiene la siguiente forma

$$\frac{\sigma_1}{A_{go}} = \frac{1}{2} + \frac{\sigma_3}{A_{go}} + \sqrt{2\frac{\sigma_3}{A_{go}} + \frac{1}{4}}; \tag{6.6}$$

donde $A_{go} = \sigma_{ci}$ es la resistencia a compresión uniaxial de la roca.

6.2.2 Criterio de Griffith modificado

Es de la siguiente forma

$$\frac{\sigma_1}{A_{gm}} = \left(\frac{\sqrt{1+\mu^2}+\mu}{\sqrt{1+\mu^2}-\mu} \right) \frac{\sigma_3}{A_{gm}} + 1; \tag{6.7}$$

donde $A_{gm} = \sigma_{ci}$, también es la resistencia a compresión uniaxial de la roca, pero μ es un parámetro adicional del material denominado *coeficiente de fricción de la fractura*.

6.2.3 Criterio bidimensional de Griffith

El criterio de falla de Griffith (1924), para un estado plano de esfuerzos compresivos, expresa que el cuadrado del esfuerzo desviador está relacionado con una constante de proporcionalidad A_{g} con el esfuerzo normal promedio:

$$(\sigma_1 - \sigma_3)^2 = A_{\mathrm{g}} \sigma_{\mathrm{m2}}, \tag{6.8}$$

donde $\sigma_{\mathrm{m2}} = \frac{1}{2}(\sigma_1 + \sigma_3)$.

Adicional a esto, el autor encontró que esta constante de proporcionalidad puede ser alrededor de 16 veces la resistencia a tracción del material (σ_{ti}), cuando $(\sigma_1 - 3\sigma_3) > 0$.

Una versión modificada de este criterio fue planteado posteriormente por McClintock & Walsh (1962), donde los autores plantean una relación lineal entre el esfuerzo desviador y la suma de los esfuerzos principales

$$(\sigma_1 - \sigma_3) = A_{\mathrm{mw}} + B_{\mathrm{mw}}(\sigma_1 + \sigma_3). \tag{6.9}$$

Los parámetros A_{mw} y B_{mw} están relacionados con la resistencia a tracción del material (σ_{t}) y el *coeficiente de fricción de la fractura* (μ) dados por

$$A_{\mathrm{mw}} = 4\sigma_{\mathrm{t}}(1+\mu)^{\frac{1}{2}}, \tag{6.10}$$

$$B_{\mathrm{mw}} = -\mu(1+\mu)^{\frac{1}{2}}. \tag{6.11}$$

6.2.4 Criterio de Mohr–Coulomb

El criterio de Mohr–Coulomb es aún el más usado en los geomateriales. En el espacio de los esfuerzos principales, este criterio está dado por

$$\sigma_1 = A_{\mathrm{mc}} + B_{\mathrm{mc}}\sigma_3. \tag{6.12}$$

El parámetro A_{mc} representa la resistencia a compresión uniaxial (σ_{c}), dado por

$$A_{\mathrm{mc}} = \frac{2c\cos\phi}{1-\sin\phi}. \tag{6.13}$$

El parámetro B_{mc}, un valor en función del *ángulo de fricción* equivalente y aparente del material rocoso (ϕ), dado por:

$$B_{\mathrm{mc}} = \frac{1+\sin\phi}{1-\sin\phi}. \tag{6.14}$$

Una expresión del criterio de Mohr–Coulomb, con el fin de que se use como una envolvente tridimensional, está de acuerdo con la primera invariante del tensor de esfuerzos (I_1) y la segunda y tercera invariantes del esfuerzo desviador, J_2 y J_3. Esta expresión resulta siendo

$$I_1\ \sin\phi + J_2^{\frac{1}{2}}\ \cos\theta - \frac{1}{3}J_2^{\frac{1}{2}}\ \sin\phi\ \sin\theta - c\ \cos\phi = 0, \tag{6.15}$$

donde

$$\theta = -\frac{1}{3}\arcsin\left(-\frac{3\sqrt{3}\,J_3}{2\,J_2^{\frac{3}{2}}}\right)\ \text{para}\ -\frac{\pi}{6} \leq \theta \leq \frac{\pi}{6}. \tag{6.16}$$

6.2.5 Criterio de Mohr–Coulomb no lineal

Debido a que en la mayoría de las veces el criterio de Mohr–Coulomb no representa el comportamiento del material rocoso, Pariseau (2007) propone el criterio de Mohr–Coulomb nolineal; que lo expresa de acuerdo a una relación lineal de la mitad del esfuerzo desviador elevado a una potencia n y el esfuerzo medio

$$\left[\frac{1}{2}(\sigma_1-\sigma_3)\right]^n = A_{\mathrm{mcn}} + B_{\mathrm{mcn}}\left[\frac{1}{2}(\sigma_1+\sigma_3)\right]. \tag{6.17}$$

6.2.6 Criterio de Hoek–Brown no lineal

Del mismo modo al caso del criterio de Mohr–Coulomb, el autor Pariseau (2007) propone la versión no lineal del criterio lineal de Hoek–Brown (este que se verá con detenimiento en la § 6.3 de este texto), bajo la siguiente expresión

$$(\sigma_1-\sigma_3)^n = A_{\mathrm{hbn}} + B_{\mathrm{hbn}}\sigma_3. \tag{6.18}$$

Este criterio crea una relación polidimensional de los esfuerzos principales; si n es igual a $\frac{1}{2}$ se transforma en el criterio de rotura de

Bieniawski con intercepto.

6.2.7 Criterio de Bieniawski con intercepto

Es un caso especial del criterio de rubptura de Hoek–Brown nolineal; donde A_{hbn} es igual a σ_{c}; B_{hbn} está relacionado con el producto de $a\sigma_{\mathrm{c}}^{0.5}$; donde a es una constante dependiente del material. La expresión del criterio es:

$$\sigma_1 = A_{\mathrm{bi}} + B_{\mathrm{bi}}\sigma_3^n. \tag{6.19}$$

6.2.8 Criterio de Drucker–Prager

Este criterio es uno tridimensional, sugerido por Drucker & Prager (1952). Este toma en cuenta el esfuerzo principal intermedio y se lo acepta con un criterio apropiado y suave para materiales rocosos frágiles.

La expresión de este envolvente es

$$J_2^{\frac{1}{2}} = A_{\mathrm{dp}} + B_{\mathrm{dp}}I_1; \tag{6.20}$$

donde se usa la primera invariante del tensor de esfuerzos (I_1) y la segunda invariante del tensor de esfuerzos desviadores (J_2), además de B_{dp} y A_{dp} que son los dos parámetros del modelo.

Las relaciones que existe entre este modelo con el de Mohr–Coulomb en cuanto a parámetros son únicamente para una campo de esfuerzos axisimétrico; que para el caso de la envolvente de Drucker–Prager éste circunscribe a la envolvente de Mohr–Coulomb en los vértices mayores cuando se muestra ambos en el espacio Haigh–Westergaard (Ecuaciones 6.21 y 6.22). Las expresiones son:

$$\sin\phi = \frac{3\sqrt{3}\,B_{\mathrm{dp}}}{2 + \sqrt{3}\,B_{\mathrm{dp}}} \tag{6.21}$$

$$c = \frac{A_{\mathrm{dp}}\,\sqrt{3}(3 - \sin\phi)}{6\,\cos\phi} \tag{6.22}$$

6.2.9 Criterio de Drucker–Prager nolineal

El mismo criterio Drucker & Prager pero en su versión nolineal también fue planteado por Pariseau (2007); que sería

$$\left(J_2^{\frac{1}{2}}\right)^n = A_{\mathrm{dpn}} + B_{\mathrm{dpn}}I_1. \tag{6.23}$$

6.2.10 Criterio modificado de Wiebols–Cook

Si se le suma el producto de un parámetro C_{wcm} con I_1 al cuadrado en la expresión del criterio de Drucker–Prager nolineal (Ecuación 6.23) se tiene el criterio modificado de Wiebols y Cook, dado por

$$J_2^{\frac{1}{2}} = A_{\mathrm{wcm}} + B_{\mathrm{wcm}} I_1 + C_{\mathrm{wcm}} I_1^2. \tag{6.24}$$

Este criterio también es tridimensional, donde A_{wcm}, B_{wcm} y C_{wcm} son los parámetros del material para el modelo en cuestión.

6.2.11 Criterio de Mogi

El criterio de Mogi sugiere el uso del *esfuerzo cortante octaédrico* (τ_{oct}) y los esfuerzos principales mayor y menor, tal que

$$\tau_{\mathrm{oct}} = A_{\mathrm{mg}} (\sigma_1 + \sigma_3)^n. \tag{6.25}$$

Este es un criterio de dos parámetros: A_{mg} y n.

6.2.12 Criterio de Mogi–Coulomb

Este criterio fue propuesto por Al Ajmi & Zimmerman (2005), es una adecuación del criterio de Mogi donde esta vez toma en cuenta el esfuerzo medio (σ_{m2}). Este criterio es en algún sentido la extensión natural y tridimensional del criterio de Mohr–Coulomb; ello posibilita tomar en cuenta el dominio poliaxial de esfuerzos a los que los materiales rocosos están expuestos (Jaeger et al., 2007). La expresión apunta a tomar en cuenta el esfuerzo *cortante octaédrico* y el *esfuerzo medio en dos dimensiones* (σ_{m2}), del siguiente modo

$$\tau_{\mathrm{oct}} = A_{\mathrm{mgc}} + B_{\mathrm{mgc}} \sigma_{\mathrm{m2}}; \tag{6.26}$$

donde tiene dos parámetros: A_{mgc} y B_{mgc}.

6.2.13 Criterio de Bresler–Pister

Es también una versión muy bien acertada del comportamiento del material rocoso. Este es anterior al criterio de Mogi y Mogi–Colomb. Fue planteado por Bresler & Pister (1957), donde relaciona el esfuerzo octaédrico y el esfuerzo promedio de los tres esfuerzo principales (σ_{oct}). La expresión es:

$$\tau_{\mathrm{oct}} = A_{\mathrm{bp}} + B_{\mathrm{bp}} \sigma_{\mathrm{oct}}; \tag{6.27}$$

siendo A_{bp} y B_{bp} los dos parámetros del modelo.

6.2.14 Criterio de Murrell–Griffith

Es una versión simplificada del criterio de Bresler–Pister o una versión extendida del criterio de Griffith, sugerida por Murrel (1965) y expresada

como

$$\tau_{\mathrm{oct}} = A_{\mathrm{m}} + \sigma_{\mathrm{oct}}. \tag{6.28}$$

6.3 Criterio de rotura de Hoek–Brown, material rocoso

El criterio de Hoek–Brown es un modelo con un metodo disponible para hallar los parámetros de rotura para el macizo rocoso a partir de medias sobre él mismo (Hoek et al., 2002). Sin embargo, no debe perderse de vista que este modelo, tan bien difundido en la ingeniería práctica, tiene sus limitaciones y no es universal; además, que es empírico.

Uno de los autores del modelo, Brown (2008) comentó que si bien sus investigaciones fueron útiles para el planteamiento del modelo, él no estuvo directamente involucrado con los cambios que se la han dado al modelo en los últimos diez años (tomando como referencia el 2008) por el coautor Hoek y su grupo de investigación. Él (Brown) afirma que está preocupado debido a que algunas de las innovaciones del modelo han pasado por alto los propósitos originales, las bases y la naturaleza empírica del criterio.

La expresión empírica del criterio de rotura de Hoek–Brown para el material rocoso es la siguiente

$$\sigma_1 = \sigma_3 + \left(m_{\mathrm{i}}\sigma_{\mathrm{ci}}\sigma_3 + \sigma_{\mathrm{ci}}^2\right)^{\frac{1}{2}}. \tag{6.29}$$

Si la Ecuación 6.29 se reagrupa como se muestran en la Ecuación 6.30, es posible obtener un ajuste lineal en el espacio $(\sigma_3, [\sigma_1 - \sigma_3]^2)$ para obtener los parámetros m_{i} y σ_{ci} a partir de ensayos de laboratorio de compresión uniaxial, compresión triaxial axisimétrico y tracción directa o indirecta:

$$\left(\sigma_1 - \sigma_3\right)^2 = m_{\mathrm{i}}\sigma_{\mathrm{ci}}\sigma_3 + \sigma_{\mathrm{ci}}^2. \tag{6.30}$$

El cambio de variables sería $y = \left(\sigma_1 - \sigma_3\right)^2$ y $x = \sigma_3$ y de los parámetros sería $a = m_i\sigma_{ci}$ y $b = \sigma_{ci}^2$; quedando una ecuación de una recta en el plano de la forma $y = ax + b$. El ajuste de estos puntos a una recta se puede hacer por cualquier método. Un método matricial puede ser de gran ayuda para implementar en un lenguaje de programación como lo es Octave, un *laboratorio de matrices*.

La pendiente de la línea recta de la Ecuación 6.30 en el espacio $(\sigma_3, [\sigma_1 - \sigma_3]^2)$ es $m_{\mathrm{i}}\sigma_{\mathrm{ci}}$ y la ordenada en el origen σ_{ci}^2. Obtenidos los valores a y b se calcula primero σ_{ci} y luego m_i con las siguientes relaciones

$$\sigma_{ci} = \sqrt{b},$$

$$m_i = \frac{a}{\sqrt{b}}.$$

Conocidos los valores de σ_{ci} y m_i, la resistencia a tracción del material rocoso (σ_{ti}) se calcula con lo siguiente

$$\sigma_{\mathrm{ti}} = \frac{1}{2}\left(m_{\mathrm{i}} - \sqrt{m_{\mathrm{i}}^2 + 4}\right)\sigma_{\mathrm{ci}}. \tag{6.31}$$

¿Cómo se deduce la ecuación de σ_{ti}?
Se parte de la siguiente expresión de la envolvente

$$\left(\sigma_1 - \sigma_3\right)^2 = m_{\mathrm{i}}\sigma_{\mathrm{ci}}\sigma_3 + \sigma_{\mathrm{ci}}^2,$$

Se asigna la condición de un estado a tracción uniaxial,

$$\sigma_1 \leftarrow 0,$$

$$\sigma_3 \leftarrow \sigma_{\mathrm{ti}};$$

resultando en los siguientes términos:

$$\sigma_{\mathrm{ti}}^2 = m_{\mathrm{i}}\sigma_{\mathrm{ci}}\sigma_{\mathrm{ti}} + \sigma_{\mathrm{ci}}^2.$$

Se ponen todas las variables al primer término de la ecuación

$$\sigma_{\mathrm{ti}}^2 + (-m_{\mathrm{i}}\sigma_{\mathrm{ci}})\sigma_{\mathrm{ti}} + (-\sigma_{\mathrm{ci}}^2) = 0.$$

Lo cual es una ecuación cuadrática y se resuelve para σ_{ti} que da lo siguiente:

$$\sigma_{\mathrm{ti}} = \frac{1}{2}\left(m_{\mathrm{i}}\sigma_{\mathrm{ci}} \pm \sqrt{m_{\mathrm{i}}^2\sigma_{\mathrm{ci}}^2 + 4\sigma_{\mathrm{ci}}^2}\right)$$

Se factoriza σ_{ci} del segundo término,

$$\sigma_{\mathrm{ti}} = \frac{1}{2}\left(m_{\mathrm{i}} \pm \sqrt{m_{\mathrm{i}}^2 + 4}\right)\sigma_{\mathrm{ci}}.$$

Aquí el radicando tiene dos posibles signos; por tanto, se hace un análisis de cuál de los dos signos es el válido. Si el signo es negativo entonces

$$m_{\mathrm{i}} > \sqrt{m_{\mathrm{i}}^2 + 4},$$

$$m_{\mathrm{i}}^2 > m_{\mathrm{i}}^2 + 4;$$

lo que indica que se debe usar el radicando negativo.

Finalmente se tiene la expresión buscada

$$\sigma_{\mathrm{ti}} = \frac{1}{2}\left(m_{\mathrm{i}} - \sqrt{m_{\mathrm{i}}^2 + 4}\right)\sigma_{\mathrm{ci}}.$$

Con el fin de tener las *órdenes de magnitud* de los parámetros, se publicó un número de valores interpolados y extrapolados de m_i. Los valores de m_i pueden variar de 7 a 25 (Hoek & Brown, 1980) tal como se muestra en el Cuadro 6.1. El programa Rocklab (2006) sugiere el valor de máximo a 35 (Cuadros 6.2, 6.3 y 6.4).

Cuadro 6.1. Valores recomendados para m_i para ciertos grupos de roca (Hoek & Brown, 1980).

Tipo de roca	m_i
carbonatadas con muy buen desarrollo de clivaje de cristales: dolomita, caliza, mármol	7
arcillosas litificadas: lodolita, limolita, lutita, pizarra	10
arenosas con cristales fuertes y poco desarrollo de de clivaje de cristales: arenisca, cuarcita	15
ígneas cristalinas con poliminerales de grano fino: andesita, dolerita, diabasa, riolita	17
ígneas con poliminerales de grano grueso y metamórficas: amfibolita, gabro, neiss, granito, dorita, cuarzodiorita	25

Una observación: los valores de m_i y σ_ci se calcula de una correlación, como se observó en el ajuste lineal; en otras palabras, m_i y σ_ci están en una relación directa; por tanto, en los anteriores cuadros (Cuadro 6.1 y Cuadros 6.2, 6.3 y 6.4) tendría que especificarse con un par de valores de m_i con σ_ci inclusive. Se recomienda que el ingeniero en ejercicio o el laboratorista coleccione pares de $(m_\mathrm{i}, \sigma_\mathrm{ci})$ con su respectivo coeficiente de correlación y no simplemente valores de m_i; es decir, colecciones de datos de la forma $((m_\mathrm{i}, \sigma_\mathrm{ci}), R^2)$, siendo R^2 el coeficiente de correlación.

Cuadro 6.2. Valores recomendados para m_i para rocas ígneas (Hoek & Brown, 1980).

Tipo de roca	$m_\mathrm{i} \pm t$
granito	32 ± 3
granodiorita	29 ± 3
gabro	27 ± 3
andesita, basalto, diorita, riolita, peridotita	25 ± 5
dacita	25 ± 3
pórfido, norita	20 ± 5
obsidiana	19 ± 3
dolerita	16 ± 5
diabasa	15 ± 5
tufa	13 ± 5

Cuadro 6.3. Valores recomendados para m_i para rocas sedimentarias (Hoek & Brown, 1980).

Tipo de roca	$m_\mathrm{i} \pm t$
conglomerado	21 ± 3
brecha	20 ± 2
grauvaca	18 ± 3
arenisca	17 ± 4
caliza cristalina	12 ± 3
caliza esparítica	10 ± 5
anhidrita, yeso	10 ± 2
dolomita	9 ± 3
caliza micrítica	8 ± 3
creta, limolita, mármol	7 ± 2
arcillolita	4 ± 2
lutita	6 ± 2

Cuadro 6.4. Valores recomendados para m_i para rocas metamórficas (Hoek & Brown, 1980).

Tipo de roca	$m_\mathrm{i} \pm t$
migmatita	29 ± 3
neiss	28 ± 5
anfibolita	26 ± 6
cuarcitas	20 ± 3
hornfels	19 ± 4
metaarenisca	19 ± 3
esquisto	10 ± 3
mármol	9 ± 3
pizarra	7 ± 4
filita	7 ± 3

6.4 Criterio de rotura de Hoek–Brown, macizo rocoso

La envolvente de rotura generalizada para el macizo rocoso tiene cuatro parámetros m_b, s, a, σ_ci; la expresión es:

$$\sigma_1 = \sigma_3 + \sigma_\mathrm{ci}\left(m_\mathrm{b}\frac{\sigma_3}{\sigma_\mathrm{ci}} + s\right)^a, \tag{6.32}$$

para

$$m_\mathrm{b} = m_\mathrm{i}\exp\left(\frac{G_\mathrm{si}-100}{28-14D}\right),$$
$$s = \exp\left(\frac{G_\mathrm{si}-100}{9-3D}\right),$$
$$a = \frac{1}{2} + \frac{1}{6}\left(\mathrm{e}^{-\frac{G_\mathrm{si}}{15}} - \mathrm{e}^{-\frac{20}{3}}\right);$$

donde G_si es el *Índice de Geología Estructural* (GSI: *Geological Structure Index*), D es el factor que depende del grado de alteración mecánica al cual el macizo rocoso fue sometido por daño a alta compresión o distensión de esfuerzos (si $D = 0$, el macizo no ha sufrido ninguna alteración; mientras que si $D = 1$, el macizo se alteró de manera

extrema); este puede variar de 0 para un macizo rocoso no alterado a 1 para un macizo rocoso muy alterado.

La expresión de la *resistencia a compresión uniaxial del macizo rocoso* σ_{cm} se obtiene de asignar el valor nulo a σ_3 en la primera ecuación de las Ecuaciones 6.32; de este modo, se simplifica a:

$$\sigma_{\mathrm{cm}} = \sigma_{\mathrm{ci}} s^a. \tag{6.33}$$

De forma similar, igualando $\sigma_3 = \sigma_{\mathrm{t}}$ se obtiene la expresión de la *resistencia a tracción uniaxial del macizo rocoso* σ_{tm}; que es

$$\sigma_{\mathrm{tm}} = -\frac{s\sigma_{\mathrm{ci}}}{m_{\mathrm{b}}}. \tag{6.34}$$

Si se desea obtener la resistencia normal σ_{n} y de corte τ en un determinado intervalo diferencial de $\frac{\mathrm{d}\sigma_1}{\mathrm{d}\sigma_3}$ las expresiones son las siguientes:

$$\begin{aligned} \sigma_{\mathrm{n}} &= \frac{\sigma_1+\sigma_3}{2} - \frac{\sigma_1-\sigma_3}{2}\left(\frac{\mathrm{d}\sigma_1}{\mathrm{d}\sigma_3}-1\right)\left(\frac{\mathrm{d}\sigma_1}{\mathrm{d}\sigma_3}+1\right)^{-1}, \\ \tau &= (\sigma_1-\sigma_3)\left(\frac{\mathrm{d}\sigma_1}{\mathrm{d}\sigma_3}\right)^{-0.5}\left(\frac{\mathrm{d}\sigma_1}{\mathrm{d}\sigma_3}+1\right)^{-1}; \end{aligned} \tag{6.35}$$

donde

$$\frac{\mathrm{d}\sigma_1}{\mathrm{d}\sigma_3} = 1 + a\, m_{\mathrm{b}}\left(\frac{m_{\mathrm{b}}\sigma_3}{\sigma_{\mathrm{ci}}+s}\right)^{a-1}. \tag{6.36}$$

El módulo de deformación del macizo rocoso en gigapascales es

$$E_{\mathrm{m}} = \begin{cases} \left(1-\frac{D}{2}\right)\sqrt{\frac{\sigma_{\mathrm{ci}}}{100}}\,10^{\frac{G_{\mathrm{si}}-10}{40}}, & \text{para } \sigma_{\mathrm{ci}} \le 100\ \mathrm{MPa}. \\ \left(1-\frac{D}{2}\right)10^{\frac{G_{\mathrm{si}}-10}{40}}, & \text{para } \sigma_{\mathrm{ci}} > 100\ \mathrm{MPa}. \end{cases} \tag{6.37}$$

En el caso que se quiera dar valores equivalentes del criterio de Mohr–Coulomb para el macizo rocoso con base al criterio de Hoek–Brown, se tiene unas expresiones válidas solo para un intervalo del esfuerzo principal menor $(\sigma_{\mathrm{t}}; \sigma_{3\max})$:

$$\begin{aligned} \sin\phi &= \frac{6a\, m_{\mathrm{b}}(s+m_{\mathrm{b}}\sigma_{3\mathrm{n}})^{a-1}}{2(1+a)(2+a)+6a\, m_{\mathrm{b}}(s+m_{\mathrm{b}}\sigma_{3\mathrm{n}})^{a-1}}, \\ c &= \frac{\sigma_{\mathrm{ci}}\left[(1+2a)s+(1-a)m_{\mathrm{b}}\sigma_{3\mathrm{n}}\right](s+m_{\mathrm{b}}\sigma_{3\mathrm{n}})^{a-1}}{(1+a)(2+a)\sqrt{1+\frac{6a\, m_{\mathrm{b}}(s+m_{\mathrm{b}}\sigma_{3\mathrm{n}})^{a-1}}{(1+a)(2+a)}}}. \end{aligned} \tag{6.38}$$

El esfuerzo $\sigma_{3\mathrm{n}}$ es igual a

$$\sigma_{3\mathrm{n}} = \frac{\sigma_{3\max}}{\sigma_{\mathrm{ci}}}. \tag{6.39}$$

La resistencia a compresión uniaxial del macizo rocoso desarrollada en términos de a, s y m_{b} de la Ecuación 6.33 para un intervalo de $\sigma_3 =]\sigma_{\mathrm{t}}; 0.25\sigma_{\mathrm{ci}}[$ es

$$\sigma_{\mathrm{cm}} = \sigma_{\mathrm{ci}} \frac{\left[m_{\mathrm{b}} + 4s - a\left(m_{\mathrm{b}} - 8s\right)\right]\left[\frac{m_{\mathrm{b}}}{4+s}\right]^{a-1}}{2\left(1+a\right)\left(2+a\right)} \tag{6.40}$$

La determinación de $\sigma_{3\max}$ para taludes se obtiene por las siguiente expresión

$$\frac{\sigma_{3\max}}{\sigma_{\mathrm{cm}}} = 0.72\left(\frac{\sigma_{\mathrm{cm}}}{\gamma H}\right)^{-0.91}. \tag{6.41}$$

La expresión de la misma variable para túneles profundos se calcula mediante la siguiente expresión

$$\frac{\sigma_{3\max}}{\sigma_{\mathrm{cm}}} = 0.47\left(\frac{\sigma_{\mathrm{cm}}}{\gamma H}\right)^{-0.94}. \tag{6.42}$$

El valor de $\sigma_{3\max}$ es el máximo valor escalar del esfuerzo principal menor del campo de esfuerzos dentro del volumen de perturbación de la obra.

6.4.1 Estimación del G_{si}

Como se puede observar en las expresiones de arriba, todo el desarrollo se basa en tener un valor o intervalo de la variable G_{si} para el macizo rocoso. El esquema original para la estimación del G_{si} se muestra en el Figura 6.2.

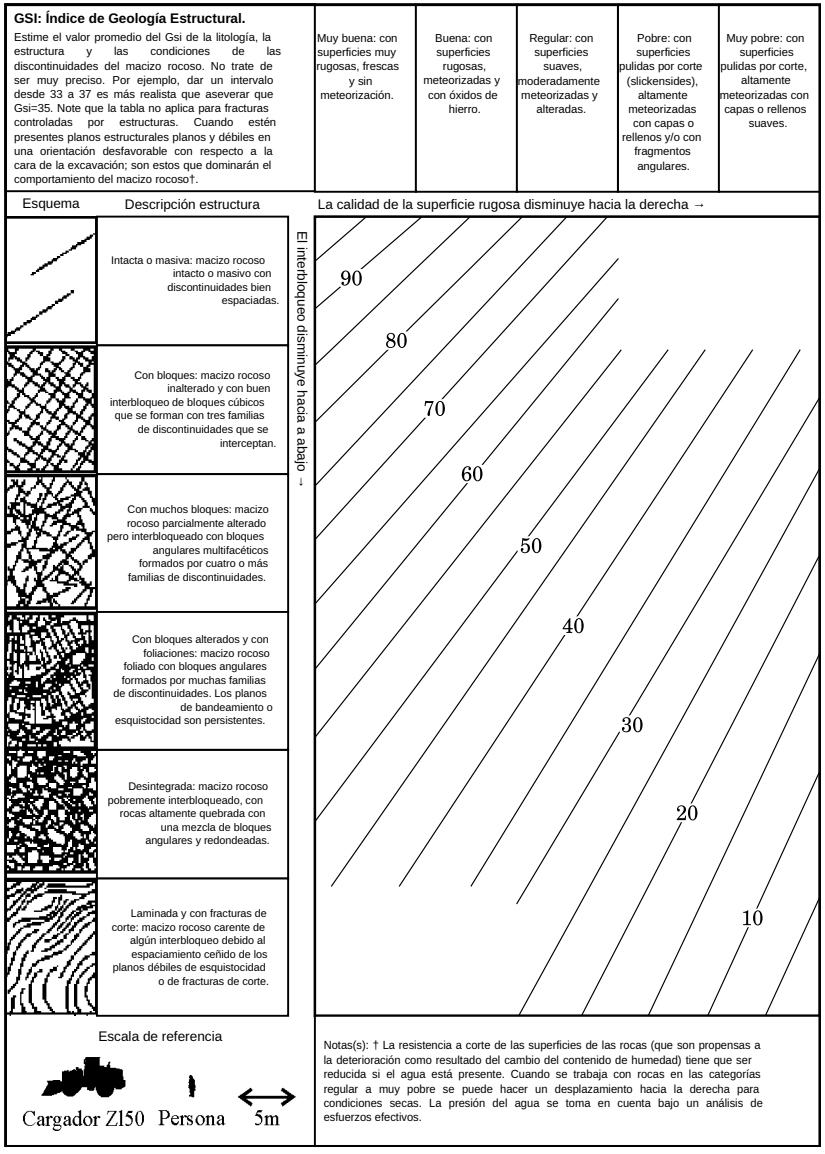


Figura 6.2. Herramienta para la estimación del G_{si}.

Para estimar esta variable, es de igual importante seleccionar la apropiada magnitud de escala para la descripción del macizo rocoso de acuerdo con el *volumen de perturbación* del proyecto; esto resulta en que cada proyecto tiene una única escala en los seis *esquemas verticales* del cuadro de los valores de G_{si}.

Por ejemplo, la Figura 6.3 muestra la escala encontrada para la gráfica del G_{si} después de hacer el análisis para una mina a cielo abierto con un altura total global del talud igual a 800 m, altura interrampa de 30 m y altura interbanco de 7 m. En este caso la dimensión característica de ingeniería se asumió para la altura interrampa de 30 m (*i.e.* para el diseño de los taludes entre rampas). De este modo, todas las facciones del macizo rocoso con una longitud de traza de discontinuidades promedio

debajo de 2 m se considera parte de una fractura del material rocoso y solo las discontinuidades con persistencia mayor a 2 m es una discontinuidad del macizo rocoso.

En adición, todas las facciones del macizo rocoso con longitud de traza de discontinuidades mayor a 20 m se las considera parte de una unidad independiente que se puede diferenciar en el macizo rocoso como una *discontinuidad aislada* (en caso de serlo) o como un *sistema de macrodiscontinuidades* (en caso de ser sistemáticas).

Con esto, las discontinuidades con longitudes de trazas comprendidas entre 2 m y 20 m son componentes del macizo rocoso en cuestión, las que se deberían caracterizar estadísticamente; las que tenderán a hacer al macizo como discontinuo.

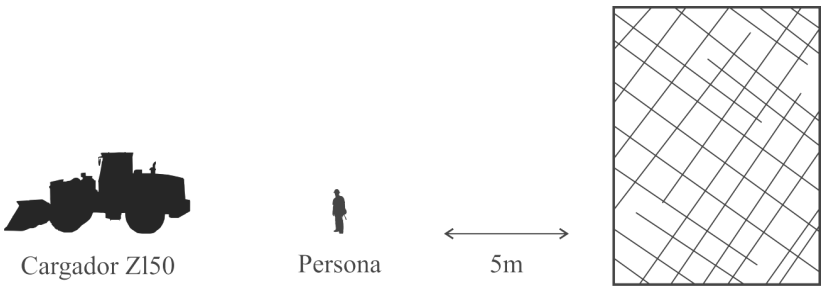


Figura 6.3. Relación de escala del segundo esquema estándar del G_{si}.

Para una estimación rápida del GSI, se puede emplear el Cuadro 6.5.

Una vez obtenidos todos los parámetros del modelo de resistencia última de Hoek–Brown para el macizo rocoso con las ecuaciones arriba mostradas, se hace en un análisis de estabilidad o de esfuerzo deformación; por ejemplo, un análisis de estabilidad de taludes o una análisis de esfuerzo deformación de un túnel.

Cuadro 6.5. Estimación rápida del G_{si}.

Estructura del macizo \ Cond. Discont.	**Muy buena**	**Buena**	**Regular**	**Pobre**	**Muy pobre**
Intacta o masiva	78 a 100	78 a 100	78 a 100	no aplica	no aplica
Con bloques	65 a 85	55 a 78	44 a 66	35 a 55	25 a 43
Con muchos bloques	55 a 75	45 a 65	37 a 55	28 a 44	18 a 35
Con bloques alterados y con folios	45 a 63	38 a 55	28 a 45	20 a 36	12 a 27
Desintegrada	38 a 54	31 a 46	23 a 38	14 a 29	7 a 20
Laminada y con fracturas de corte	no aplica	no aplica	18 a 30	9 a 23	2 a 15

6.5 Criterio de rotura Patton–Goldstein

El criterio de rotura de Patton–Goldstein indica que un plano de discontinuidad sometido bajo un estado de esfuerzos normal σ_{n} y de corte τ (que se desliza en una dirección paralela a la dirección del esfuerzo de corte) ejerce una resistencia proporcional al esfuerzo normal y relativo a la fricción por la rugosidad y ondulación de la discontinuidad, $\tan\left(\phi_{\mathrm{b}}+i\right)$, hasta antes de un esfuerzo normal de referencia (σ_{a});

además, una resistencia proporcional a la fricción de la rugosidad únicamente a partir de ese mismo esfuerzo de referencia, σ_{a}.

Por tanto, el esfuerzo de corte en la discontinuidad antes de que se rompan las ondulaciones está dado por

$$\tau = \sigma_{\mathrm{n}} \tan\left(\phi_{\mathrm{b}} + i\right), \text{ para } 0 \leq \sigma_{\mathrm{n}} < \sigma_{\mathrm{a}}. \tag{6.43}$$

El esfuerzo de corte en la discontinuidad después que se rompen las ondulaciones está dado por

$$\tau = \tau_{\mathrm{o}} + \sigma_{\mathrm{n}} \tan\left(\phi_{\mathrm{r}}\right), \text{ para } \sigma_{\mathrm{n}} \geq \sigma_{\mathrm{a}}; \tag{6.44}$$

donde τ_{o} es el esfuerzo cortante en el eje de ordenadas para $\sigma_{\mathrm{n}} = 0$; que en muchos textos lo llamaron a este esfuerzo como *cohesión de la discontinuidad*, denotada por C_{d}.

Sin embargo, τ_{o} se puede colocar en función de las variables ϕ_{b}, ϕ_{r}, i y σ_{a}; que son independientes. Por tanto, aquella supuesta “cohesión” no es una variable independiente y no es conveniente asumirla como tal.

Para obtener τ_{o} en función de las variables independientes del modelo, se observa el triángulo dado por el origen del los ejes coordenados O, el punto A y el punto que da σ_{a} (Figura 6.4, donde se obtiene dos expresiones independientes:

$$\tan\left(\phi_{\mathrm{b}} + i\right) = \frac{\tau_{\mathrm{a}}}{\sigma_{\mathrm{a}}} \tag{6.45}$$

$$\tau_{\mathrm{a}} = \tau_{\mathrm{o}} + \sigma_{\mathrm{a}} \tan\left(\phi_{\mathrm{r}}\right). \tag{6.46}$$

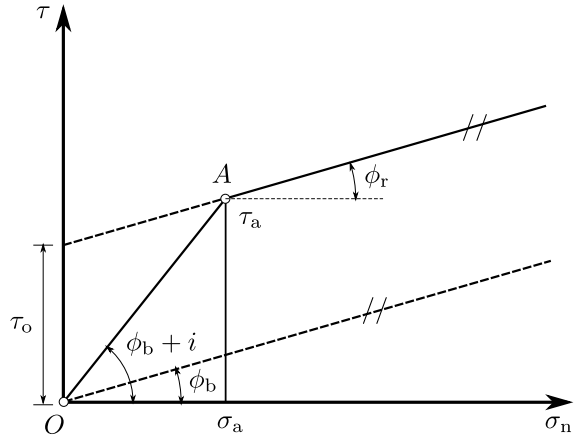


Figura 6.4. Esquema de la envolvente de Patton–Goldstein.

De la Ecuación 6.46 se despeja τ_{o} y con τ_{a} de la misma ecuación, ambos se reemplazan en Ecuación 6.44 para obtener que

$$\tau = \sigma_{\mathrm{a}} \left[\tan\left(\phi_{\mathrm{b}} + i\right) - \tan\left(\phi_{\mathrm{r}}\right)\right] + \sigma_{\mathrm{n}} \tan\left(\phi_{\mathrm{r}}\right), \tag{6.47}$$

lo cual se deduce que

$$\tau_{\mathrm{o}} = C_{\mathrm{d}} = \sigma_{\mathrm{a}} \left[\tan\left(\phi_{\mathrm{b}} + i\right) - \tan\left(\phi_{\mathrm{r}}\right)\right]. \tag{6.48}$$

Finalmente, el modelo de rotura última al corte de una discontinuidad bajo el criterio de Patton–Goldstein se resumiría así:

$$\tau\left(\sigma_{\mathrm{n}}\right) = \begin{cases} \sigma_{\mathrm{n}} \tan\left(\phi_{\mathrm{b}} + i\right), & \text{para } 0 \leq \sigma_{\mathrm{n}} < \sigma_{\mathrm{a}}. \\ \sigma_{\mathrm{a}} \left[\tan\left(\phi_{\mathrm{b}} + i\right) - \tan\left(\phi_{\mathrm{r}}\right)\right] + \sigma_{\mathrm{n}} \tan\left(\phi_{\mathrm{r}}\right), & \text{para } \sigma_{\mathrm{n}} \geq \sigma_{\mathrm{a}}. \end{cases} \tag{6.49}$$

6.6 Criterio de rotura de Barton–Choubey–Bandis

El criterio de Barton–Bandis (BB) normalmente conocido como tal, aquí se le llama criterio Barton–Choubey–Bandis (BCB), porque el autor del medio (Choubey) también aportó en el desarrollo del criterio. Este criterio de rotura en un plano de discontinuidad parte del criterio de Navier, este último que relaciona el esfuerzo normal (σ_{n}) y el esfuerzo cortante (τ) mediante una constante μ que se denominó *coeficiente de fricción*, de la forma

$$\begin{aligned} \tau &= \sigma_{\mathrm{n}} \mu; \\ &= \sigma_{\mathrm{n}} \tan \phi_{\mathrm{t}}; \end{aligned} \tag{6.50}$$

donde, ϕ_{t} es el *ángulo de fricción total* presente en la discontinuidad.

Los autores del criterio BCB, observaron que el ángulo ϕ (que lo llaman *ángulo total*) no es constante y que depende de la *rugosidad del plano de rotura*; este ángulo total se puede separar en dos ángulos distintos que reflejan el aporte de dos factores.

1. La aspereza, factor físico que depende del material o los materiales en contacto en el plano, dada por el ángulo de fricción básica ϕ_{b}.
2. La dilatancia, factor geométrico como la ondulación de las caras en contacto en el plano, dada por el ángulo de dilatancia i.

De esta forma, según lo mencionado arriba

$$\phi_{\mathrm{t}} = \phi_{\mathrm{b}} + i. \tag{6.51}$$

La expresión empírica del criterio BCB asume que el ángulo de fricción básica sí es constante y apunta solo a una expresión del ángulo de dilatancia variable, este que depende también del esfuerzo normal al que la superficie de rotura está sometido. De este modo, la expresión del ángulo de dilatancia es

$$i = J_{\mathrm{rc}} \log_{10}\left(\frac{J_{\mathrm{cs}}}{\sigma_{\mathrm{n}}}\right); \tag{6.52}$$

donde, J_{rc} es el *coeficiente de rugosidad* de la discontinuidad y J_{cs} es la *resistencia a compresión de las paredes* de la discontinuidad. La función $\log_{10}$ es el logaritmo en base diez, $\log_{10}$; J_{cs} debe estar dado en las mismas unidades de σ_{n}; el resultado de i se considera está dado en grados sexagesimales (*i.e.* la circunferencia se divide en un total de 360 partes).

Regresando al concepto del ángulo total, entonces se tiene que

$$\begin{aligned} \phi_{\mathrm{t}} &= \phi_{\mathrm{b}} + i, \\ &= \phi_{\mathrm{b}} + J_{\mathrm{rc}} \log_{10}\left(\frac{J_{\mathrm{cs}}}{\sigma_{\mathrm{n}}}\right). \end{aligned} \tag{6.53}$$

Regresando al concepto del criterio de rotura de Navier, se tiene que

$$\begin{aligned} \tau &= \sigma_{\mathrm{n}} \tan\phi; \\ &= \sigma_{\mathrm{n}} \tan\left(\phi_{\mathrm{b}} + J_{\mathrm{rc}} \log_{10}\left[\frac{J_{\mathrm{cs}}}{\sigma_{\mathrm{n}}}\right]\right); \end{aligned} \tag{6.54}$$

este que finalmente es el criterio BCB. El ángulo dentro de la función tangente está en grados sexagesimales, no en radianes.

Arriba se asume que $\phi_{\mathrm{b}} \equiv \phi_{\mathrm{r}}$, sabiendo que ϕ_{r} es el *ángulo de fricción residual*; sin embargo, se a visto experimentalmente que ϕ_{r} es levemente menor que ϕ_{b}, donde los autores del modelo sugirieron posteriormente que se use ϕ_{r} en el modelo. Así, el modelo *corregido* hace énfasis en el uso de ϕ_{r} como sigue

$$\tau = \sigma_{\mathrm{n}} \tan\left(\phi_{\mathrm{r}} + J_{\mathrm{rc}} \log_{10}\left[\frac{J_{\mathrm{cs}}}{\sigma_{\mathrm{n}}}\right]\right); \tag{6.55}$$

donde

$$\phi_{\mathrm{r}} = \phi_{\mathrm{b}} + 20\left(\frac{H_{\mathrm{w}} - H_{\mathrm{uw}}}{H_{\mathrm{uw}}}\right),$$

con H_{w} y H_{uw} son los valores de rebote Schmidt de la discontinuidad en condiciones meteorizada y fresca, respectivamente.

Los valores de J_{cs} y J_{rc} son dependientes de la escala de análisis. El valor de J_{rc}, presentado en la gráfica de comparación de perfiles de la superficie de roca, es para longitudes de no más de 0.1 m; por lo que se expresa para esta longitud mediante el subíndice 10, $J_{\mathrm{rc},10}$ para una longitud de L_{10}. Por tanto, es necesario transformar este valor a aquel que representa toda la superficie de desplazamiento de la roca sobre la superficie (longitud de L_{r}).

Similar situación ocurre con el valor de J_{cs}, este se transforma de $J_{\mathrm{cs},10}$ a J_{cs}.

Para dar uso a las expresión empírica inicial que fue obtenida a escala de laboratorio (Ecuación 6.54), Bandis y coinvestigadores (Bandis et al., 1981) establecen las siguientes ecuaciones empíricas de corrección por escala para J_{cs} y J_{rc}:

$$J_{\mathrm{rc}} = J_{\mathrm{rc},10}\left(\frac{L_{\mathrm{r}}}{L_{10}}\right)^{-0.02\ J_{\mathrm{rc},10}}, \tag{6.56}$$

$$J_{\mathrm{cs}} = J_{\mathrm{cs},10}\left(\frac{L_{\mathrm{r}}}{L_{10}}\right)^{-0.03\ J_{\mathrm{rc},10}}. \tag{6.57}$$

Tenga el cuidado al usar estas ecuaciones empíricas, que el exponente de la ecuación de corrección por escala del J_{cs} (Ecuación 6.57) es la variable $J_{\mathrm{rc},10}$ y **no es** $J_{\mathrm{cs},10}$ como intuitivamente se pensaría y donde muchos practicantes e incluso autores de textos de enseñanza cometieron el error.

Algunos autores (Karzulovic & Read, 2009) recomiendan que las relaciones de las Ecuaciones 6.56 y 6.57 se tiene que usar con cautela para grandes longitudes de discontinuidades (*e.g.* $L_{\mathrm{r}} \geq 5\,\mathrm{m}$) porque dan valores de J_{rc} y J_{cs} muy bajos. Ellos afirman que si

$$\frac{J_{\mathrm{cs}}}{J_{\mathrm{cs},10}} < 0.3 \vee \frac{J_{\mathrm{rc}}}{J_{\mathrm{rc},10}} < 0.5,$$

entonces los valores son sospechosos de ser poco reales, a no ser que exista muy buenas razones (como ensayos de campo) para aceptarlos.

Por otro lado, hay que tener en cuenta que el proceso de estimación de $J_{\mathrm{rc},10}$ por comparación directa de los *perfiles típicos* propuestos por los autores Barton & Choubey (1977) es subjetivo y sujeto a errores (Yu & Vayssade, 1991).

Por tal razón, se tiene que usar con preferencia métodos de medidas directas sobre las discontinuidades, con el fin de obtener valores cuantitativos de la ondulación de una discontinuidad. Los investigadores Tse & Cruden (1979) plantean usar para la estimación de $J_{\mathrm{rc},10}$ una ecuación empírica que está en función a un *coeficiente fractal de la ondulación* (Z_2) que se denomina *coeficiente de Myers*, que es:

$$J_{\mathrm{rc},10} = 32.2 + 32.47 \log_{10} Z_2. \tag{6.58}$$

El valor de Z_2 se calcula con la Ecuación 3.1 de la § 3.5.1.2 del Capítulo 3 referente a “discontinuidades”.

Capítulo 7
Ángulos y proyecciones esféricas del plano

7.1 El plano como par de ángulos esféricos

Cada uno de los planos de discontinuidades presentes en el macizo rocoso puede representarse como un plano geométrico en su verdadera definición; es decir, responde a una ecuación matemática en el espacio $\mathbb{R}^3$. La ecuación de un plano en este espacio es la siguiente

$$ax + by + cz + d = 0;$$

donde $\{a, b, c, d\}$ es el conjunto de coeficientes que se puede obtener tras conocer el vector normal al plano. El vector normal al plano en mecánica de rocas y geología estructural se le llama *polo de plano*.

De este modo, un plano en el espacio se puede representar por el vector unitario normal al mismo. Es este elemento que se usa en la definición de la orientación espacial del plano de una discontinuidad en un macizo rocoso.

El vector unitario normal al plano (el vector unitario de polo) es

$$\boldsymbol{u} = \begin{pmatrix} u_x \\ u_y \\ u_z \end{pmatrix};$$

donde u_x, u_y y u_z son los componentes paralelos a los ejes x, y, y z en un sistema cartesiano ortogonal dextrógiro NED (sistema Norte, Este y naDir, como se mencionó a lo extenso de este texto); con x horizontal que apunta hacia el Norte geográfico, y horizontal que apunta hacia el Este y z apunta hacia abajo.

Trabajar con componentes de un vector en geología estructural y mecánica de rocas es incómodo y más bien se trabaja con ángulos sobre el plano horizontal y plano vertical. Dos ángulos definen la orientación de una *línea en el espacio* ($\mathcal{L}$), que aquí se usará: (1) el ángulo de **acimut**, que es el ángulo entre la línea de Norte y la línea que resulta de la proyección de la línea $\mathcal{L}$ hacia el plano horizontal y (2) el ángulo de **inmersión** de esta $\mathcal{L}$, un ángulo que pertenece al plano vertical y que indica la inclinación de $\mathcal{L}$ desde el plano horizontal hacia esta.

El acimut es un ángulo que varía de 0 ° hasta 360 ° en sentido de las manecillas del reloj en el plano horizontal desde el eje x (Norte) hacia el eje y (Este) y se lo denotará como δ_{dir}; la inmersión es un ángulo que varía de 0 ° hasta 90 ° en el plano vertical y es positivo hacia abajo, se denota como δ. De este modo, una orientación de una línea en el espacio se puede representar por un par ordenado de estos dos ángulos

$$\boldsymbol{u} = (\delta_{\text{dir}}, \delta).$$

La orientación de la línea en el espacio se puede representar en el mismo sistema NED como un vector en el origen y una magnitud unitaria. El espacio que abarca una superficie que se genera luego de mover ese

vector unitario aleatoriamente en todas las direcciones para lograr la *superficie de una esfera unitaria*. Si no es de interés una orientación bidireccional, todas las direcciones se pueden representar en alguno de los dos hemisferios de la esfera: el hemisferio norte o el hemisferio sur. En astronomía y la ingeniería de energía solar se usa el hemisferio norte, mientras que en geología se usa el hemisferio sur, aprovechando que en el sistema coordenado NED, los valores son positivos para el eje z que apunta hacia abajo.

Al trabajar en la superficie del hemisferio sur de la esfera unitaria con centro en el origen del sistema NED, se está trabajando todavía en $\mathbb{R}^3$ y sobre una superficie curva; esto resulta complicado y tedioso; por tanto, se puede recurrir a alguna de las proyecciones esféricas para simplificarlo al espacio $\mathbb{R}^2$.

7.2 Proyección estereográfica (esférica equiangular)

El uso de la *proyección estereográfica* para la representación de la orientación de líneas y planos en el espacio no es nuevo. Se menciona que los Griegos ya usaban dicha proyección para expresar los resultados de medidas astronómicas (Phillips, 1975). En lo que se refiere a las ciencias de la Tierra, la proyección estereográfica empezó a usarse en varias aplicaciones a partir de los años cincuenta del siglo pasado; sin embargo, posiblemente la primera publicación de uso en la geología apareció en los años 20 del mismo siglo con una publicación de Bucher (1920), citado por Phillips (1975).

El desarrollo de la proyección estereográfica se podría comparar con cierta similitud a aquellas proyecciones usadas en cartografía; sin embargo, no es lo mismo, lo cual se necesita explicar el fundamento de esta proyección.

El fundamento es el siguiente: si se toma un plano en el espacio (el plano motivo de estudio, $\mathcal{P}$) y se coloca en el hemisferio inferior de una *esfera de radio unitario* $\mathcal{S}_{1s}$ (con el plano pasando por el centro de la esfera O) este plano intercepta con la superficie de la esfera en un arco semicircular $\hat{\mathcal{C}}$, conocido como la *traza del plano* (Figura 7.1).

Esta traza, que es el lugar geométrico $\hat{\mathcal{C}}$ de puntos $\hat{P}_i$, se proyecta al plano horizontal (plano que pasa por el centro de la esfera) dando la traza $\mathcal{C}$ hasta que todos sus puntos converjan en un único punto $N_{\mathcal{S}1}$, en el *cenit* de la esfera. El lugar geométrico $\mathcal{C}$ de puntos P_i en el plano horizontal representa la transformación del plano motivo de estudio del sistema cartesiano tridimensional $\mathbb{R}^3$ al sistema esférico en el hemisferio sur con ápice en el polo norte en $\mathbb{R}^2$; este procedimiento se lo conoce como **proyección estereográfica**.

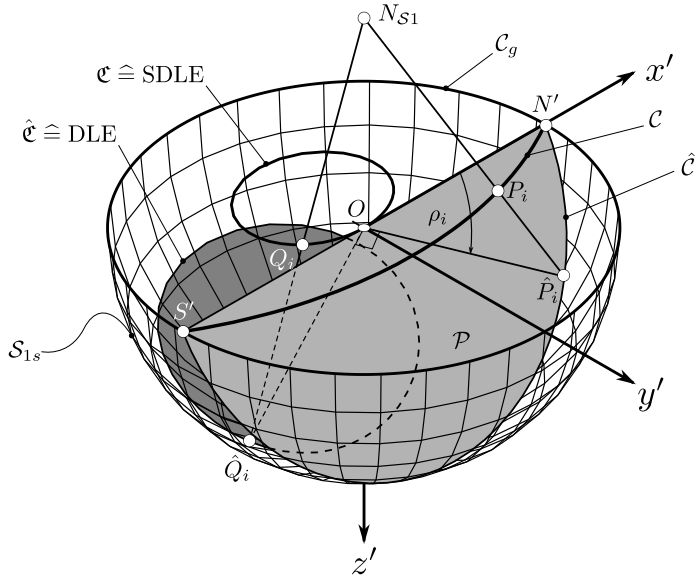


Figura 7.1. Fundamento de la proyección estereográfica.

El punto $\hat{P}_i$ pertenece al plano $\mathcal{P}$ y forma una línea coplanar $\overline{\overline{O\hat{P}_i}}$. Esta línea tiene una única línea normal $\overline{\overline{O\hat{Q}_i}}$. El punto $\hat{Q}_i$ se denomina *el polo opuesto* de $\hat{P}_i$. Si $\hat{P}_i$ es la línea de máxima pendiente $\mathcal{P}$, entonces $\hat{Q}_i$ se denomina *el polo del plano*.

Adicionalmente, si se barre el punto $\hat{P}_i$ sobre el plano a partir del ángulo ρ_i, se generará en los polos opuestos un curva sobre la superficie de la esfera $\hat{\mathcal{C}}$ que se denomina la *envolvente de la claraboya* (*Daylight Envelope*).

El sistema coordenado cómodo para representar los elementos geométricos mostrados aquí, con la interacción plano y semiesfera unitaria, es uno tal que los ejes equis prima (x') y yé prima (y') sean horizontales y el eje zeta prima (z') es vertical apuntando hacia abajo; el ya mencionado sistema NED.

Para que la proyección estereográfica sea aplicable a mecánica de rocas, el eje equis prima (x') debe apuntar al *norte geográfico* o al norte magnético de la Tierra en el sitio de estudio. Por consecuencia, el eje yé prima (y') apunta al *este geográfico*.

Si se dibujan las trazas de varios planos, con ángulos de direcciones de sus buzamientos iguales apuntando hacia el Este de la esfera, pero con ángulos de inclinaciones (ángulos de buzamiento) variadas de 0 ° a 90 ° con la horizontal, se obtiene un enmallado que se denomina *red de la proyección estereográfica* o más conocido en geología como *Malla Wulff* (Figura 7.2). Al hacer el mismo procedimiento pero tomando intervalos de 1° en el valor del ángulo de buzamiento, se obtienen las trazas de un escala secundaria. El intervalo del ángulo de buzamiento de 10 ° se usa para formar trazas de una escala primaria.

La red obtenida, en las ciencias de la Tierra se la conoce como *red estereográfica polar en el hemisferio sur equiangular*. Es equiangular, debido a que la transformación que se realiza de R^3 a R^2 es una

transformación conforme. La transformación conforme es aquella que preserva el ángulo que dos curvas formaban entre sí antes de la transformación.

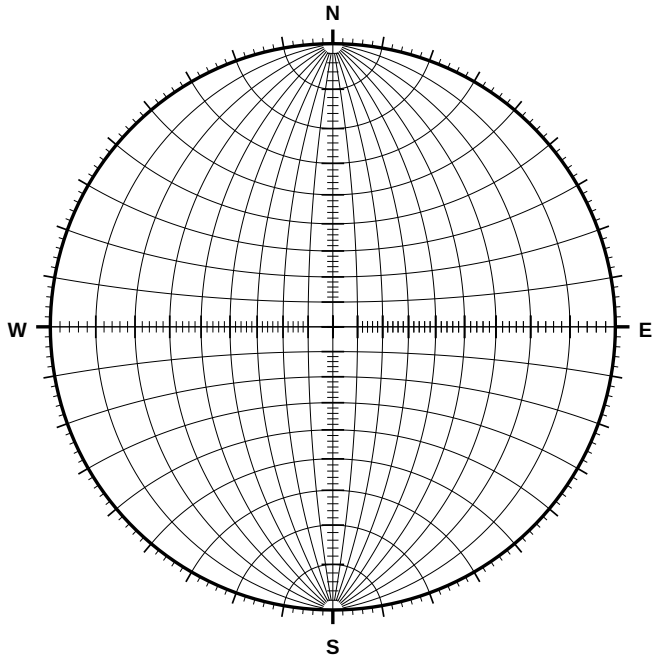


Figura 7.2. Red de la proyección estereográfica equiangular en el hemisferio sur (Malla Wulff).

En las Ciencias de la Tierra no solo se usa la proyección estereográfica equiangular, también se usa una proyección esférica similar que **no es conforme** (por tanto no es proyección estereográfica) pero que preserva las áreas (transformación equivalente en áreas) denominada **proyección esférica equiárea**.

La transformación equiangular posibilita: representar una línea y un plano en el espacio; medir el ángulo espacial entre dos líneas o medir el ángulo espacial de dos planos en el espacio; definir un plano a través de dos líneas que pertenecen al plano de estudio; encontrar la orientación de una línea perpendicular a un plano; encontrar la orientación de la intersección de dos planos; rotar una línea o plano en el espacio a través de otra línea (charnela). Por tal motivo, es de mucha importancia para la descripción geométrica de: planos de discontinuidades presentes en los macizos rocosos y de lineamientos en los planos de fallas geológicas.

También esta proyección se emplea para visualizar las orientaciones principales de objetos matemáticos que representan un comportamiento físico de una propiedad del medio continuo, como los tensores de segundo orden en $\mathbb{R}^3$, tales como: el tensor de permeabilidades, el tensor de esfuerzos naturales, el tensor de susceptibilidad magnética o el tensor cinemático. El tensor de esfuerzos de un estado de esfuerzos en el macizo rocoso puede representarse en esta proyección.

7.3 Proyección esférica equiareal

El uso de la *proyección esférica equiareal* para la representación de la orientación de líneas y planos en el espacio fue usado en la geología estructural a finales del siglo XIX. La proyección esférica equiareal se podría comparar con cierta similitud a la proyección estereográfica; sin embargo, no es lo mismo lo cual se necesita explicar el fundamento de esta proyección.

El fundamento es el siguiente: si se toma un plano en el espacio (el plano motivo de estudio, $\mathcal{P}$) y se coloca en el hemisferio inferior de una *esfera de radio unitario* $\mathcal{S}_{1s}$ (con el plano pasando por el centro de la esfera O) este plano intercepta con la superficie de la esfera en un arco semicircular $\hat{\mathcal{C}}$, conocido como la *traza del plano* (Figura 7.3). Esta traza, que es el lugar geométrico $\hat{\mathcal{C}}$ de puntos $\hat{P}_i$, se abate a un plano horizontal (que pasa por el polo sur de la esfera) dando la traza $\mathcal{C}$. El lugar geométrico $\mathcal{C}$ de puntos P_i en ese plano horizontal representa la transformación del plano motivo de estudio del sistema cartesiano tridimensional $\mathbb{R}^3$ al sistema esférico, procedimiento se lo conoce como **proyección esférica equiareal**.

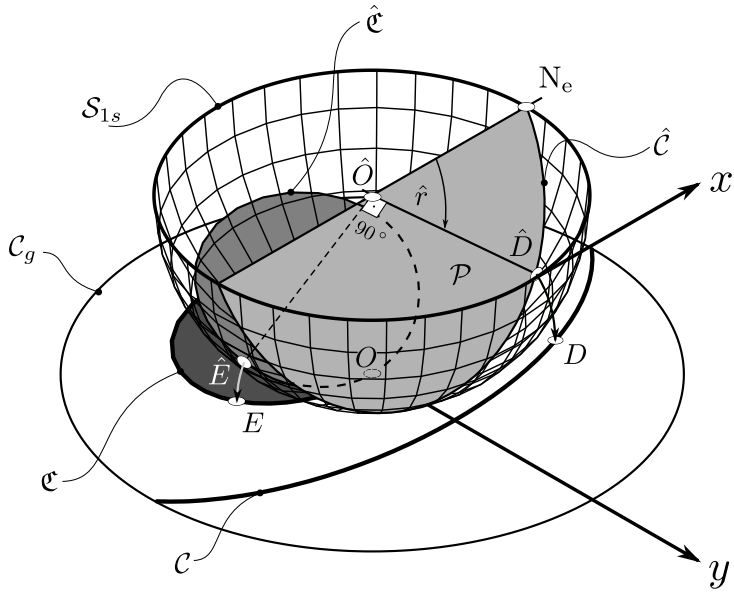


Figura 7.3. Fundamento de la proyección esférica equiareal.

Para que la proyección esférica equiareal sea aplicable a mecánica de rocas, el eje equis prima (x') debe apuntar al *norte geográfico* o al norte magnético de la Tierra en el sitio de estudio. Por consecuencia, el eje yé prima (y') apunta al *este geográfico*.

Si se hace el mismo procedimiento descrito para el caso de la proyección estereográfica vista en la anterior sección, la red resultante representa el entramado de la proyección que se muestra en la Figura 7.4. En las Ciencias de la Tierra se la conoce como red equiareal en el

hemisferio sur o simplemente *Malla Schmidt*. Es equiareal, debido a que la transformación es una transformación que conserva la proporción de las áreas representadas en la superficie de la esfera; es equivalente a la proyección cartográfica acimutal de Lambert.

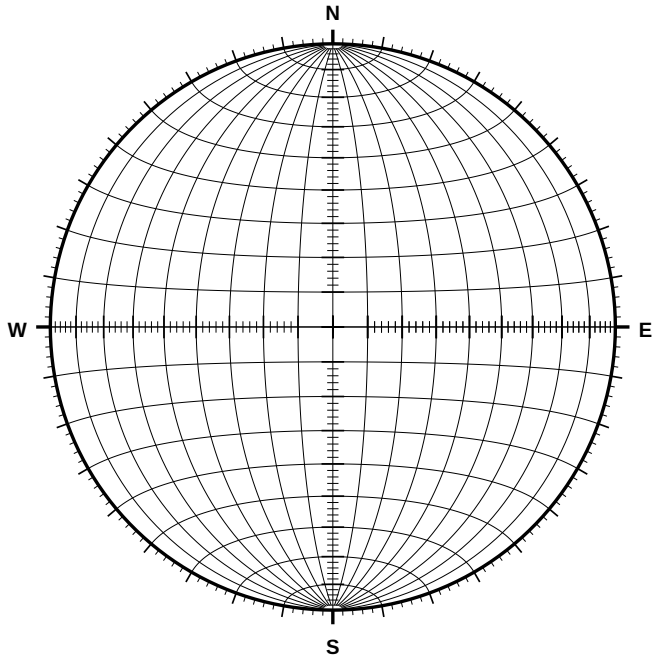


Figura 7.4. Red de la proyección esférica equiareal en el hemisferio sur (Malla Schmidt).

La transformación equiareal posibilita deducir la concentración de orientaciones dispersas en la superficie de la esfera, esto en mecánica de rocas posibilita deducir de forma gráfica el promedio que ciertas orientaciones dispersas puede tener, así como identificar de forma gráfica grupos de datos, proceso que se denomina en Inglés como *clustering*.

7.4 Transformaciones de medidas de orientaciones

El plano representado como par de ángulos esféricos (visto en la § 7.1) de la forma $(\delta_{\text{dir}}, \delta)$ resulta siendo la representación equivalente de la orientación de la línea de polo de ese plano. Normalmente, las medidas en campo de los planos de discontinuidad de un macizo rocoso (vea el Apéndice B de este libro) se hacen a un posicionamiento pero con dos lecturas mediante el uso de la brújula Clar, pero estas lecturas son de otro par de ángulos: el ángulo de la dirección de buzamiento (denotado aquí por ζ_{dir}) y el ángulo de buzamiento del plano (denotado aquí por ζ).

Por consiguiente, el par medido en campo $(\zeta_{\text{dir}}, \zeta)$ se debe transformar inicialmente al par $(\delta_{\text{dir}}, \delta)$ y posteriormente a un vector unitario en el sistema coordenado NED. También, si las medidas fueron tomadas con la brújula Brunton y se usó la notación tradicional geología para definir la orientación de una discontinuidad a partir de las medidas de los ángulos de rumbo y buzamiento, se tiene que hacer la respectiva transformación.

De este modo se tiene que conocer las ecuaciones que posibilitan las siguientes transformaciones.

1. De medidas del plano dadas en formato geológico N000 00X de *rumbo–buzamiento* al formato $000/00$ de *dirección de buzamiento–buzamiento* más su respectiva operación inversa.
2. De una orientación del plano en el formato $000/00$ de *dirección de buzamiento–buzamiento* a su correspondiente polo en el formato $000/00$ de *azimut–inmersión* más su operación inversa.
3. De una orientación del polo de un plano dado en el formato $000/00$ de *azimut–inmersión* al vector unitario 3×1 en el sistema Norte–Este–Nadir $(x_\mathrm{n}, x_\mathrm{e}, x_\mathrm{d})^\intercal$ y su operación inversa.
4. De una orientación del polo de un plano dado en vector unitario 3×1 en el sistema cartesiano dextrógiro Norte–Este–Nadir (NED, de las siglas en Inglés de *North, East, Depth*) a un vector unitario 3×1 en el sistema cartesiano dextrógiro Este–Norte–Elevación (e, n, l) (ENL, de las siglas en Inglés de *East, North, eLevation*) $(x_\mathrm{e}, x_\mathrm{n}, x_\mathrm{l})^\intercal$.

7.4.1 Del sistema de ingeniería geológica al geológico tradicional

El sistema de *ingeniería geológica* usa una escala circular cíclica de 0 ° a 360 ° de números reales para la medida de los ángulos horizontales de *dirección de buzamiento*; donde el valor positivo es en sentido de las manecillas del reloj y el origen es el norte geográfico. Además de una escala en un cuadrante de arco que no es cíclica de 0 ° a 90 ° de números reales para la medida de los ángulos verticales de *buzamiento*; donde el valor positivo es en sentido desde un plano horizontal hacia el nadir.

Por otro lado, la notación del *sistema geológico tradicional* ubica: la línea de rumbo del plano en una dirección respecto al norte (**N**), sea hacia los cuadrantes NW y SW: el Oeste (**W**) o hacia los cuadrantes NE y SE: el Este (**E**). Además, el valor del ángulo de buzamiento seguido de un par de letras que especifica a qué cuadrante mira ese plano, *i.e.* hacia los cuatro puntos cardinales: Norte (**N**), al Este (**E**), al Sur (**S**) o al Oeste (**W**).

Si la dirección del buzamiento está cercano a uno de los límites de los cuatro cuadrantes (*i.e.* $[22.5, 67.5[$, $]112.5, 157.5[$, $]202.5, 247.5[$, $]292.5, 337.5[$) se puede especificar esa dirección mediante los cuatro rumbos laterales mediante siglas compuestas por dos letras (*i.e.* **NE**, **SE**, **SW**, **NW**); aunque resulta ser redundante.

La transformación del sistema de ingeniería geológica al geológico tradicional resulta en un algoritmo que primero reconozca los datos numéricos entre los datos literales; esto no es un cálculo matemático sino un procedimiento alfanumérico que necesita de programación computacional para su implementación. Obtenida la orientación en el sistema de ingeniería geológica, recién se pueden realizar operaciones dentro del marco matemático.

7.4.2 De plano a polo

Al ser la *línea de máxima pendiente* de un plano homóloga a la orientación del plano dado por su línea de máxima pendiente representada por sus ángulos de dirección de buzamiento y buzamiento; entonces el *polo del plano* sería una línea perpendicular hacia abajo de la *línea de máxima pendiente*. Es importante saber, que el polo siempre

apunta hacia abajo al igual que el plano cuando se trabaja únicamente en el hemisferio sur de la esfera y en geología con sus ramas afines como es la mecánica de rocas.

El *ángulo de azimut* (δ_{dir}) y el *ángulo de inmersión* (δ) del polo (una línea orientada en el espacio) de un plano $\mathcal{P}$ están relacionados con los ángulos de *dirección de buzamiento* (ζ_{dir}) y el de *buzamiento* (ζ) del siguiente modo (Ecuaciones 7.1 y 7.2):

$$\delta_{\text{dir}} = \begin{cases} \zeta_{\text{dir}} + 180\,^\circ & \text{para } \zeta_{\text{dir}} \leq 180\,^\circ \\ \zeta_{\text{dir}} - 180\,^\circ & \text{para } \zeta_{\text{dir}} > 180\,^\circ, \end{cases} \tag{7.1}$$

$$\delta = 90\,^\circ - \zeta. \tag{7.2}$$

Una forma más elegante de presentar la transformación de la ecuación Ecuación 7.1 es por medio del *operador de congruencia* para el módulo de 360:

$$\delta_{\text{dir}} = (\zeta_{\text{dir}} + 180\,^\circ) \bmod (360\,^\circ). \tag{7.3}$$

La definición de $\bmod(x)$ es para números enteros; por tanto, si se desea operar números reales a una determinada precisión decimal (p), se recurre al artificio siguiente:

$$\delta_{\text{dir}} = \left[(\zeta_{\text{dir}} + 180\,^\circ)p \bmod (360p)\right] p^{-1}. \tag{7.4}$$

En el lenguaje de programación Octave (por ejemplo), el operador $\bmod(x)$ puede trabajar tanto en números enteros como en número reales; por tanto, no es necesario usar la ecuación anterior (Ecuación 7.4). Por ejemplo, si se desea encontrar el azimut del polo (*trend*) de un plano cuya dirección de buzamiento es igual a 256.3 se escribe en Octave lo siguiente:

```
dipDirPlaneDeg = 256.3;
trendPoleDeg = mod((dipDirPlaneDeg + 180), 360);
display (trendPoleDeg);
```

dando el resultado siguiente

```
trendPoleDeg = 76.300
```

7.4.3 De polo a vector en el sistema NED

Para convertir una medida de un plano de discontinuidades ($\mathcal{P}$), dado en términos de sus ángulos de dirección de buzamiento (ζ_{dir}) y buzamiento (ζ), al vector unitario ($\boldsymbol{u}$) en el sistema coordenado cartesiano

tridimensional dextrógiro NED, primero se tiene que obtener el azimut (δ_{dir}) y el inmersión (δ) de la línea que forma el polo de ese plano. Luego se calcula el buscado vector tras operar la siguiente relación:

$$\boldsymbol{u} = \begin{pmatrix} \cos\delta_{\text{dir}}\cos\delta \\ \sin\delta_{\text{dir}}\cos\delta \\ \sin\delta \end{pmatrix}. \tag{7.5}$$

La operación inversa que posibilita obtener la orientación de la línea de polo del plano dada como $(\delta_{\text{dir}}, \delta)$ a partir de $\boldsymbol{u}$ es

$$\delta_{\text{dir}} = \arctan\left(\frac{u_2}{u_1}\right) + q; \tag{7.6}$$

$$\delta = \arctan\left(\frac{u_3}{\sqrt{u_1^2 + u_2^2}}\right); \tag{7.7}$$

donde la variable q es un ángulo (en grados sexagesimales) que corrige según el cuadrante en que se encuentre el vector

$$q = \begin{cases} 0^\circ & \text{para } u_1 \geq 0 \text{ y } u_2 \geq 0. \\ 360^\circ & \text{para } u_1 \geq 0 \text{ y } u_2 < 0. \\ 180^\circ & \text{para } u_1 < 0. \end{cases} \tag{7.8}$$

El operador $\arctan()$ debe dar el ángulo en grados sexagesimales.

7.4.4 De vector en el sistema NED a sistema ENL

El vector unitario $\boldsymbol{u}$ del polo del plano encontrado según la Ecuación 7.5 está dado en el sistema NED, que mejor sería denotarlo mediante un subíndice; *i.e.* $\boldsymbol{u}_{\text{ned}}$.

A veces será necesario conocer el valor del vector en el sistema ENL, por tanto para transformar el vector del sistema NED al sistema ENL se usa la matriz de transformación $\boldsymbol{T}$ dada como

$$\boldsymbol{T} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{bmatrix}.$$

Por tanto, la transformación del vector se obtiene de

$$\boldsymbol{u}_{\text{ned}} = \boldsymbol{T}\boldsymbol{u}_{\text{enl}}. \tag{7.9}$$

La operación inversa sería

$$\boldsymbol{u}_{\text{enl}} = \boldsymbol{T}^{-1}\boldsymbol{u}_{\text{ned}}.$$

Debido a que la matriz de transformación es simétrica $\boldsymbol{T}^{-1} = \boldsymbol{T}'$.

7.5 Diagrama de concentraciones de discontinuidades

Para la construcción del diagrama de concentraciones se necesita una proyección esférica que conserve las áreas; por tanto, se recurre a la *proyección esférica equiareal*.

Si se tienen varios polos que representan planos graficados en el círculo que resulta la proyección esférica equiareal, es posible tener una idea de la cantidad de polos concentrados en una determinada área, lo que dará información sobre la *concentración* de polos y esto es un indicativo de la tendencia de las orientaciones de los planos que representan las discontinuidades. Si el círculo se divide en 100 áreas iguales en la proyección equiareal, la cantidad de polos que están presentes en un área de una centésima parte del total del círculo indica el *porcentaje de concentración*. Por tanto, es posible construir un diagrama de concentraciones de discontinuidades que indica la tendencia y la dispersión que tienen esos polos, que se lo llama *diagrama de concentraciones de discontinuidades*.

El diagrama de concentraciones de discontinuidades es una herramienta útil en la mecánica de rocas y geología estructural, es un producto de tratamiento de información que ayuda a definir ¿qué discontinuidades son las más influyentes en el comportamiento mecánico del macizo rocoso?

7.5.1 Preparación de materiales y datos.

Para la construcción manual del *diagrama de concentraciones de discontinuidades* (DCD) se necesita tener impreso en papel lo siguiente.

1. Red de la proyección esférica equiareal (RPE) impresa a colores en una cartulina, *e.g.* hoja con un gramaje mayor a 120 [g m^{-2}].
2. Red de discretización del círculo en 100 partes de igual área (RDC) impresa en una hoja semitransparente vegetal, *e.g.* papel cebolla (Figura 7.5).
3. Las medidas de los polos que representan las orientaciones de los planos de discontinuidades, en una plantilla de toma de datos de campo.

La Figura 7.5 muestra la red RDC.

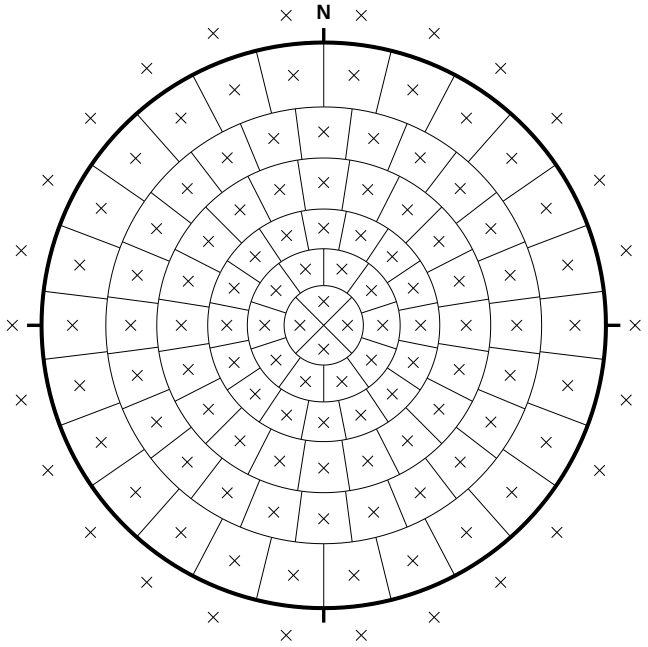


Figura 7.5. Redes necesarias para la construcción manual: red de discretización del círculo en 100 partes de igual área (RDC).

Las dos redes mencionadas, la de la proyección esférica equiareal y la de discretización del círculo en cien partes, deben ser diagramas cuyo círculo externo debe tener el mismo diámetro, de otra forma no es posible hacer esta construcción manual. Por comodidad, para la presentación en informes y transferencia de información, se recomienda que el diámetro de estos diagramas sea de diez centímetros.

Con las plantillas de la proyección esférica equiareal, la red de discretización del círculo en 100 partes de igual área y los datos de las orientaciones de los planos transformados a las orientaciones de sus polos, se procede a hacer los siguiente.

1. Imprima o fotocopie la red de la proyección esférica equiareal y la red de discretización del círculo en 100 partes de igual área; esta última en papel semitransparente.
2. En una nueva hoja de papel semitransparente, sobreponga la RDC este sobre la red de la proyección esférica equiareal y transfiera los valores de los pares ordenados de acimut e inmersión de los polos de cada plano de discontinuidad de sus datos.
3. Si los polos pertenecen a diferentes tipos tales como planos de estratificación, fracturas, diaclasas, juntas, etc., puede diferenciar cada uno de estos con símbolos distintos para cada punto, según se recomienda en el Cuadro 3.1 de este texto.

Por ejemplo, a continuación se muestra algunos datos de las medidas de las orientaciones de los polos de los planos de discontinuidades de un macizo rocoso con planos de estratificación (b, *beddings*), planos de diaclasas (j, juntas o también llamadas *joints*) y un solo plano de rotura (f, *failure*).

Estos datos son clásicos en los textos de mecánica de roca. La primera vez que se vieron estos datos fue el texto de Hoek & Bray (1981) y los mismos se han encontrado en textos como el de Zhang (2004). Sin embargo, se presentaron como gráficas y no como datos. Para tener los datos numéricos, se hizo una digitalización en proyección equiareal con el programa Geoenetdigitzer.

El resultado de esta digitalización se muestra en las Tablas 7.1 a la 7.3 para cada tipo de discontinuidades.

Tabla 7.1: Diaclasas.

#	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
1	012, 00	012, 05	034, 10	020, 20	016, 20	018, 25	032, 30	030, 35	026, 35	032, 55
2	010, 10	008, 10	006, 10	000, 15	360, 20	002, 30	358, 25	358, 20	350, 00	352, 10
3	356, 15	356, 15	354, 15	342, 00	338, 00	338, 10	342, 15	346, 20	348, 20	346, 30
4	342, 30	332, 15	334, 30	346, 45	334, 40	320, 10	318, 05	316, 05	314, 10	310, 25
5	306, 15	296, 25	288, 35	312, 60	350, 65	034, 75	050, 70	054, 65	076, 35	082, 40
6	088, 20	092, 20	086, 55	090, 60	092, 45	098, 45	102, 50	100, 40	100, 60	108, 65
7	108, 25	112, 30	114, 25	114, 20	116, 25	118, 30	118, 25	122, 20	122, 15	120, 10
8	114, 40	114, 45	122, 35	132, 15	130, 75	132, 60	132, 55	136, 55	136, 50	136, 45
9	140, 35	136, 20	136, 10	138, 05	140, 10	140, 15	140, 20	142, 25	144, 10	148, 20
10	148, 10	146, 00	148, 00	150, 05	140, 45	152, 30	148, 40	152, 40	152, 45	158, 55
11	156, 45	158, 45	154, 25	156, 25	154, 25	156, 15	156, 10	158, 20	160, 20	168, 55
12	166, 50	162, 40	166, 35	170, 40	172, 35	172, 25	172, 25	168, 20	166, 20	166, 15
13	168, 15	166, 10	168, 00	170, 05	168, 05	170, 05	170, 10	170, 15	172, 10	176, 15
14	176, 20	178, 20	176, 15	178, 15	180, 15	176, 30	298, 65	288, 65	284, 75	234, 80
15	206, 80	214, 80	212, 75	242, 75	234, 75	232, 70	244, 70	228, 65	196, 70	202, 70
16	184, 65	192, 60	198, 60	206, 65	212, 60	206, 55	184, 55	186, 55	174, 50	178, 50
17	182, 50	180, 50	182, 50	174, 45	180, 45	178, 45	194, 50	188, 50	184, 45	186, 45
18	182, 40	184, 40	180, 30	182, 30	182, 30	186, 15	186, 20	186, 30	186, 30	184, 35
19	184, 35	186, 35	188, 25	188, 30	190, 30	190, 45	190, 40	192, 40	194, 40	192, 40
20	196, 45	198, 45	202, 50	202, 50	202, 45	200, 40	212, 45	216, 55	220, 60	228, 65
21	234, 65	238, 65	234, 60	228, 60	226, 55	238, 55	234, 55	234, 55	238, 55	262, 50
22	278, 40	280, 30	282, 20	276, 20	272, 25	264, 30	260, 25	258, 30	254, 30	258, 20
23	254, 10	250, 20	240, 35	242, 30	240, 30	240, 05	232, 00	228, 10	230, 15	220, 20
24	216, 15	220, 10	234, 45	232, 50	230, 45	232, 40	220, 40	208, 35	210, 35	204, 30
25	200, 25	200, 30	194, 35	194, 25	194, 10	154, 75	184, 80	178, 80	172, 75	168, 75
26	160, 75	152, 75	148, 70	154, 70	156, 70	158, 65	162, 70	166, 70	178, 75	178, 70
27	172, 70	172, 70	056, 55							

Tabla 7.2: Planos de estratificación.

#	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
1	240, 20	234, 15	232, 15	232, 15	232, 20	226, 15	224, 35	224, 40	070, 45	068, 45
2	064, 45	066, 30	050, 55	054, 55	058, 55	056, 55	054, 55	050, 50	058, 50	052, 50
3	056, 45	054, 45	050, 45	050, 45	050, 40	044, 45	042, 40	044, 40	058, 40	054, 40
4	058, 40	056, 40	052, 40	050, 35	052, 35	056, 35	060, 30	056, 30	054, 30	040, 35
5	042, 35	046, 30	060, 30	058, 30	054, 30	046, 30	042, 30	040, 25	042, 20	046, 20
6	050, 20	052, 20	058, 20	060, 20	062, 15	060, 15	058, 15	056, 15	054, 15	044, 20
7	044, 15	044, 15	040, 15	064, 05	062, 00	058, 05	056, 00	054, 05	052, 00	050, 00
8	052, 10	056, 10	056, 10	058, 10	046, 10	044, 10	042, 10	040, 15	040, 10	040, 10

Tabla 7.3: Planos de fallamientos.

#	A
1	128, 65

El diagrama de polos de los datos presentados en este ejemplo, en la proyección esférica equiareal se muestra en la Figura 7.6.

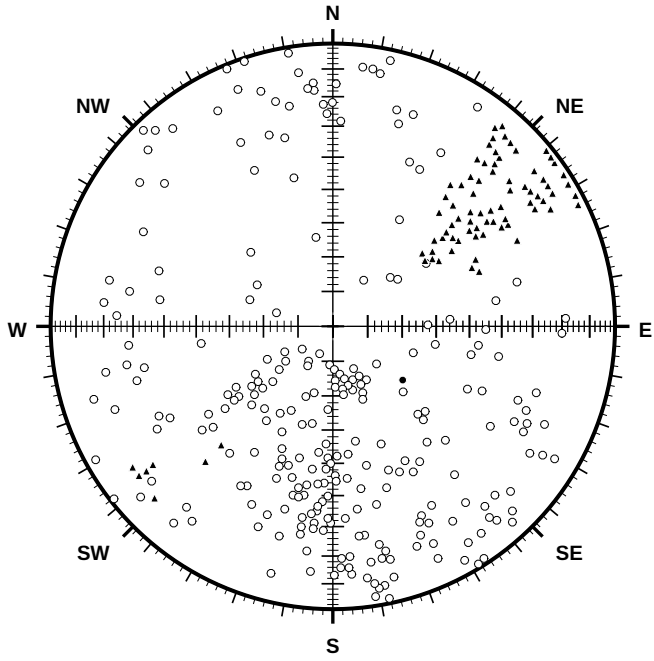


Figura 7.6. Red de la proyección esférica equiareal (RPE) con los datos del ejemplo: ○ diaclasas, ▲ planos de estratificación, ● fallamiento.

Con los puntos transferidos se inicia la fase de la construcción del diagrama de concentraciones como tal.

7.5.2 El procedimiento

El procedimiento para la construcción manual del diagrama de concentraciones de discontinuidades en la proyección esférica equiareal es el siguiente.

1. Coloque la RDC sobre la hoja de los datos transferidos de tal forma que los centros y el norte de ambas gráficas coincidan.
2. Para cada una de las cien áreas que tiene el RDC cuente los polos que están dentro de ellos y coloque el número en el centro geométrico (CG) de cada celda. Si se tienen diferentes tipos de discontinuidades distinguidos por un signo distintivo, diferencie dando los números por separado.
3. Concluida la anterior tarea, retire el RDC y cree una nueva malla de triangulación tomando como vértices cada uno de los centros geométricos (CG) de las celdas. Observará que el contorno externo de esta nueva red no llega al extremo del círculo del diagrama de polos. Esto es porque no se tienen puntos CG más allá del contorno para poder crear una red extendida; por tanto, se amplia esta transfiriendo los CG de los puntos diametralmente opuestos.
4. Transfiera los puntos CG externos hacia el lado diametralmente opuesto.
5. Expanda la red de triangulación con los nuevos puntos CG transferidos.

6. En cada triángulo de la red, interpole los números enteros que puedan existir.
7. Haga la unión mediante líneas aquellas que tienen el mismo número entero interpolado en el paso anterior, esto para crear una línea de un mismo valor entero, una *isolínea*.
8. Terminada la labor anterior para cada entero, tendrá isolíneas en la extensión del círculo que define todo el diagrama.
9. Si las isolíneas están muy densas, puede obviar algunos enteros entre intervalos; por tanto, elija los intervalos que serán dibujados. Esto lo puede lograr redibujando solo esas líneas en un nuevo papel semitransparente.
10. En este nuevo dibujo se debe verificar que los contornos diametral mente opuestos coincidan; es decir, que estén conectados, que exista continuidad tanto en puntos de convergencia como en tangentes. Las correcciones se pueden hacer con *marcadores correctores* y las nuevas líneas con otro color.
11. Finalmente, redibuje en limpio y a tinta el diagrama finalmente corregido. Este sería el producto final, pero también puede escanear, editar los contrastes (en un editor de imágenes como por ejemplo Gimp) y con esta imagen puede digitalizar el resultado en programa de edición de figuras vectoriales; por ejemplo, usando el programa Inkscape.

Para los datos expuestos arriba, diferentes textos han obtenido el diagrama de concentraciones de forma manual con una cierta similitud, pero no son iguales por el carácter manual. Por ejemplo, las figuras publicadas en los textos de Hoek & Bray (1981) y de Zhang, (2004) se muestran en las Figuras 7.7 y 7.8, respectivamente. Estos hacen referencia a la interpretación de los datos expuestos arriba.

Los dos gráficos de concentración de discontinuidades de los mismos datos son distintos, pero de ellos se puede sacar una misma conclusión y decisión: existe cuatro familias de discontinuidades que prevalecen (de forma aproximada): 170\80, 055\10, 230\50, 185\35; ordenados de la mayor concentración a la menor concentración.

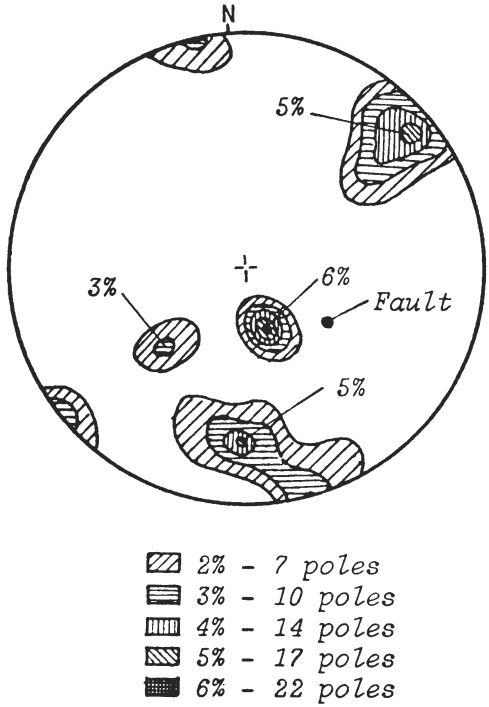


Figura 7.7. Resultado final del diagrama de concentración de discontinuidades de los resultados de las Tablas 7.1 a 7.3 según Hoek & Bray (1981).

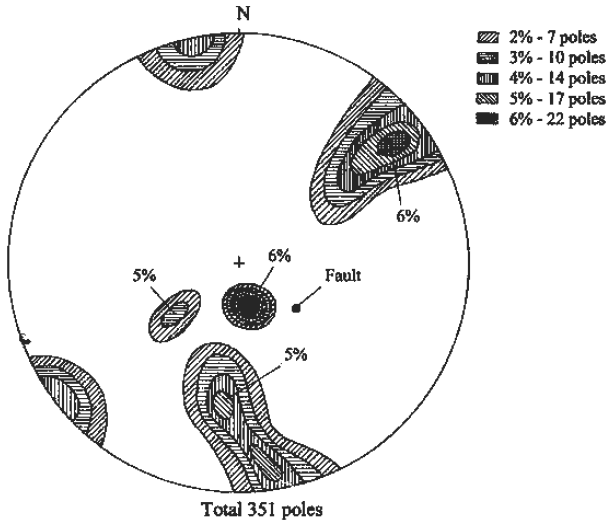


Figura 7.8. Resultado final del diagrama de concentración de discontinuidades de los resultados de las Tablas 7.1 a 7.3 según Zhang (2004).

Capítulo 8
Aplicaciones a la ingeniería civil

8.1 Rotura plana en corte de talud inclinado

La rotura plana en un macizo rocoso con una sola familia de discontinuidad totalmente persistente y con dirección de buzamiento paralelo a la dirección del talud se puede resolver por medio de los métodos de equilibrio límite.

Es intiuitivo deducir que para que se cumpla este tipo de rotura, la inclinación de la cara del talud de corte (β) y la inclinación de la superficie de rotura (α) deben estar relacionadas de tal forma que se cumpla que $\beta \geq \alpha$ para $0\,^\circ < \beta \leq 90\,^\circ$.

Para determinar el grado de estabilidad del sistema, se parte de la misma definición de *factor de seguridad global*, aquella que separa la suma de fuerzas que resisten (F_{ri}) de las que movilizan ($F_{\mathrm{m}i}$), cuando se hace el análisis de equilibrio en taludes; este es

$$f_\mathrm{s} = \frac{\sum F_{\mathrm{r}i}}{\sum F_{\mathrm{m}i}};$$

donde uno puede escoger entre varios criterios de rotura conocidos y desarrollados para superficies rocosas; por ejemplo, el criterio de Navier, de Mohr–Coulomb y de Barton–Bandis–Choubey.

Si la discontinuidad se desarrolla netamente por fricción proporcional al esfuerzo normal (σ_n), siendo esta proporcionalidad constante, entonces se estaría usando el **criterio de rotura de Navier**

$$\tau = \sigma_\perp \tan \phi_\mathrm{t};$$

donde, $\phi_\mathrm{t} = \mathrm{constante}$ y es el ángulo de fricción total de la discontinuidad.

Si se quiere tomar en cuenta una adhesión entre las paredes de la discontinuidad, se le añade una cohesión (c) y se estaría usando el **criterio de rotura de Mohr–Coulomb**

$$\tau = c + \sigma_\perp \tan \phi_\mathrm{t};$$

donde, $c = \mathrm{constante}$.

Si se quiere una fricción proporcional al esfuerzo normal, pero una proporcionalidad variable (dependiente del mismo esfuerzo normal), entonces se está usando el **criterio de rotura de Barton–Bandis–Choubey**

$$\tau = \sigma_\perp \tan \phi_\mathrm{t};$$

donde, $\phi_\mathrm{t} = f(\sigma_\perp)$, tal como se mostró en la Ecuación 6.51 de este texto.

Las fuerzas mínimas que intervienen en el análisis son: la resultante del peso propio (W) trasladada a la superficie del plano de rotura y la resultante de la resistencia a corte en la misma superficie τL, donde L es la longitud del plano inclinado de la rotura, dado por

$$L = \frac{H}{\sin \alpha} = H \csc \alpha.$$

A parte de estas fuerzas, pueden presentarse distintas fuerzas externas como por ejemplo:

- una cimentación apoyada en la superficie;
- un anclaje que ayuda a la estabilidad;
- una fuerza resultante de empuje hidráulico en la superficie de la discontinuidad o en una discontinuidad de tracción;
- una fuerza resultante pseudoestática para análisis dinámico.

Si solo actúa en la cuña su peso propio (W), este se puede proyectar en dos fuerzas, una perpendicular a superficie de rotura ($W_\perp$) y la otra paralela ($W_\parallel$):

$$W_\perp = W \cos \alpha,$$

$$W_\parallel = W \sin \alpha.$$

El peso propio es un valor que se obtiene de la geometría de la cuña, que para el caso bidimensional resulta siendo la multiplicación del peso unitario del material rocoso por el área (A) por unidad de profundidad (1), simplemente

$$W = \gamma A.$$

Si se quiere hacer el análisis a nivel de esfuerzos para plantear las expresiones de la resistencia mecánica τ, es necesario tener una expresión del esfuerzo normal para la geometría que se está analizando.

Para convertir variables de fuerza en esfuerzo, toda fuerza se divide por la longitud inclinada de la superficie de rotura L; por ejemplo, para el esfuerzo normal al plano ($\sigma_\perp$) y el cortante paralelo al plano ($\sigma_\parallel$) se tiene:

$$\sigma_\perp = \frac{W_\perp}{L},$$

$$\sigma_\parallel = \frac{W_\parallel}{L}.$$

Finalmente, la resistencia mecánica a corte en el plano de discontinuidad (que es un esfuerzo) se puede definir en función de $\sigma_\perp$ y el conjunto de sus parámetros del material P:

$$\tau = f(\sigma_\perp, P).$$

En rotura plana, se debe cumplir que la superficie por donde la cuña se desliza sea un plano inclinado único. Este plano siempre parte de la

cara del talud y termina (sale del talud) en la intersección de otra superficie, puede ser una superficie de tracción o la superficie del terreno por encima de la superficie del corte del talud.

Se puede clasificar este tipo de taludes en los siguientes términos.

1. Por la geometría de la cuña vista en el plano vertical
    a. Triangular.
    b. Trapecial.
2. Por la inclinación del la cara del talud de corte (β).
    a. Vertical, $\beta = 90\,^\circ$.
    b. Inclinado pero mayor a la inclinación de la superficie de rotura, $\alpha \leq \beta < 90\,^\circ$.
3. Por la inclinación de la cara de la superficie del terreno detrás del talud (θ).
    a. Horizontal, $\theta = 0\,^\circ$.
    b. Inclinado pero menor a la inclinación de la superficie de rotura, $\theta \leq \alpha$.
4. Por el tipo de intersección de la punta terminal de la superficie de rotura
    a. En una junta de tracción (*i.e.* con junta de tracción).
        i. Vertical.
        ii. Inclinada hacia el talud.
        iii. Inclinada en contra del talud.
    b. En la superficie del terreno detrás del talud (*i.e.* sin junta de tracción).
5. Por la condición de carga hidráulica en la superficie de rotura.
    a. Totalmente seca.
    b. Totalmente sumergida.
    c. Parcialmente sumergida.
6. Por las cargas adicionales internas.
    a. Sin fuerzas por aceleraciones.
    b. Con fuerzas por aceleraciones.
7. Por las cargas adicionales externas.
    a. Sin cargas externas.
    b. Cargas externas distribuidas.
    c. Cargas externas puntuales.
    d. Ambas cargas externas: puntuales y distribuidas.
8. Por el tipo de criterio de rotura de la discontinuidad.
    a. Navier.
    b. Mohr–Coulomb.
    c. Barton–Bandis–Choubey.

Por tal motivo, existen una variedad grande de posibilidades que se pueden presentar con la combinación de todos estos tipos y de seguro alguno entrará en la condición similar a un problema real.

El caso más general sería un talud con geometría poligonal, con cara de talud de corte inclinado, con la superficie del terreno detrás del talud inclinado, con junta de tracción inclinada, con carga hidráulica en la superficie de rotura parcialmente sumergida, con fuerzas por aceleraciones y con cargas externas puntuales y distribuidas.

Este caso degenera a otro caso menos complejo si algunas de las variables llega a su límite de validez, hasta llegar al caso más simple que

sería un talud con geometría triangular, con cara de talud vertical, con la superficie del terreno detrás del talud horizontal, sin junta de tracción, sin carga hidráulica (condición seca), sin fuerzas por aceleraciones y sin cargas externas.

Método cinemático.-
La cinemática, desde el punto de vista de la mecánica de rocas, es una rama que estudia el movimiento de los bloques de roca formado por discontinuidades totalmente persistentes, sin tomar en cuenta las fuerzas que a éste se le puedan aplicar y el peso del mismo. Por tanto, se refiere al estudio particular de los bloques de roca (cuñas) que tienen la libertad de moverse influenciadas sólo por su geometría y sus puntos de apoyo. Si estas condiciones hacen que cualquier bloque de roca (cuña) pueda moverse, entonces se considera como *roca potencial a tener cinemática*.

En este método de análisis, se ignora la presencia de agua en las discontinuidades y las fuerzas externas: estáticas o dinámicas.

En forma general, la susceptibilidad a producirse una rotura plana puede evaluarse haciendo uso del *método cinemático*. En la rotura plana, el movimiento de la roca ocurre por el deslizamiento a lo largo de un plano. Para que ocurra este movimiento, se debe satisfacer las siguientes condiciones.

1. La dirección de buzamiento del plano, por el cual la cuña de roca tiende a deslizarse, tiene que estar en aproximadamente 20 ° alrededor de la dirección de buzamiento de la cara del corte o la cara del talud.
2. El plano de deslizamiento, que es un plano de discontinuidad, tiene que estar presente en el talud en su totalidad, *i.e.* debe ser totalmente persistente.
3. El buzamiento del plano de deslizamiento debe exceder el ángulo de fricción de la discontinuidad.

En este análisis, se ignora aquellos factores tales como la presencia del agua, la presión en los intersticios y en los planos de discontinuidad, el aporte a la resistencia de las otras caras de la roca, si existiese.

El procedimiento para construir el contorno que enmarca la presencia de una rotura en el diagrama estereográfico por el método cinemático es el siguiente (vea también la Figura 8.1).

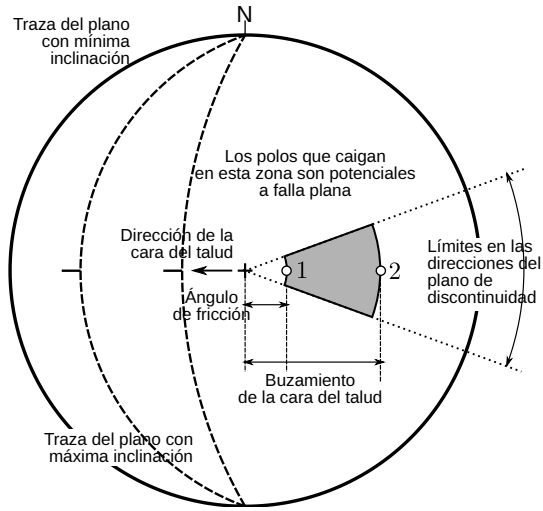


Figura 8.1. Construcción del contorno de existencia de una rotura plana.

1. Marque con una flecha hacia donde mire el plano del talud.
2. Ubique el polo del plano del talud.
3. El segmento de línea en el diagrama, que une el centro del diagrama con el polo del talud (que es un radio del círculo máximo), será el eje central al cual dos radios se generen a ±20 ° a cada lado de esta línea. Estas nuevas lineas definirán los límites de un sector de una circunferencia.
4. Estime el *ángulo de fricción* de la superficie del plano de rotura, desde el centro de la red esterográfica ubique este valor y trace un arco de circunferencia.
5. De forma semejante ubique el ángulo de inclinación del talud.

Con aquellos trazos se tendrá un perímetro cerrado, que delimita si el talud es susceptible a tener rotura plana. Cualquier polo de una discontinuidad que esté dentro de aquel perímetro es propenso a que su plano sufra una rotura tipo plana.

Rotura plana: terreno horizontal en la corona.-
La rotura plana en terreno horizontal en la corona, correspondería a los casos de los numerales 1a, 2b, 3a, 4b, 5a, 6a, 7a, 8a y 8b de la clasificación numerada hecha en esta misma sección (§ 8.1).

Este caso particular, donde $0^\circ < \beta < 90^\circ$, se puede dar con un corte de talud con inclinación β que tiene una superficie del terreno en la corona con inclinación horizontal (*i.e.* $\theta = 0^\circ$), donde se forma la cuña en la pata del talud con una sola superficie de discontinuidad plana y en **condiciones secas**, que se inclina con un ángulo α para una altura H; tal como se muestra en la Figura 8.2.

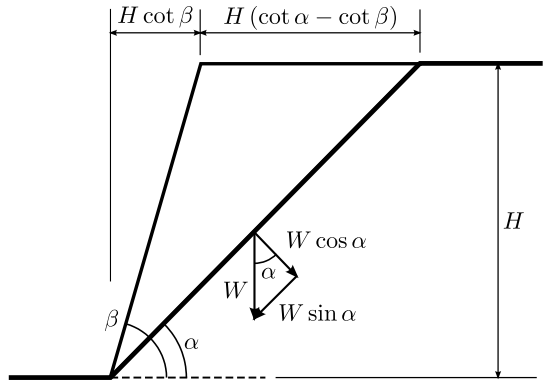


Figura 8.2. Esquema de la delimitación de un corte inclinado en un macizo rocoso con una familia de discontinuidad.

Para este caso (Figura 8.2) el valor del esfuerzo normal y tangencial a la superficie de rotura son respectivamente

$$\sigma_{\perp} = \frac{W \cos \alpha \sin \alpha}{H}, \tag{8.1}$$

$$\sigma_{\parallel} = \frac{W \sin^2 \alpha}{H}. \tag{8.2}$$

El peso en términos de la geometría (al multiplicar el área de la cuña por el peso unitario) del problema particular planteado, resulta siendo

$$W = \frac{1}{2} \gamma H^2 \left(\cot \alpha - \cot \beta \right), \tag{8.3}$$

con β representando al ángulo de la inclinación del talud.

Reemplazando la Ecuación 8.3 en las ecuaciones Ecuación 8.1 y Ecuación 8.2 se tiene que

$$\sigma_{\perp} = \frac{\gamma H}{2} (\cos \alpha - \cot \beta) \sin \alpha \cos \alpha,$$

$$\sigma_{\parallel} = \frac{\gamma H}{2} (\cos \alpha - \cot \beta) \sin^2 \alpha.$$

El factor de seguridad al deslizamiento se plantearía del siguiente modo

$$\begin{aligned} f_{\mathrm{s}} &= \frac{\sum F_{\mathrm{r}i}}{\sum F_{\mathrm{m}i}}, \\ &= \frac{L\tau}{\sum F_{\mathrm{m}i}}. \end{aligned}$$

Luego se debe elegir el criterio de rotura que va a gobernar el desarrollo de la resistencia a corte (τ).

Criterio de Navier

Si se usa el criterio de Navier, el factor de seguridad es

$$\begin{aligned} f_{\mathrm{s}} &= \frac{(\cot\alpha - \cot\beta)\cos\alpha\tan\phi}{(\cot\alpha - \cot\beta)\sin\alpha}, \\ &= \cot\alpha\tan\phi. \end{aligned}$$

El ángulo crítico de la discontinuidad α_{cr} (*i.e.* el ángulo de la discontinuidad para que se tenga un factor de seguridad igual a la unidad) es independiente del peso e igual a ϕ:

$$f_{\mathrm{s}} \to 1 : \alpha = \phi$$

$$\alpha_{\mathrm{cr}} \to \alpha.$$

Criterio de Mohr–Coulomb

El factor de seguridad para este caso según el criterio de Mohr–Coulomb es

$$f_{\mathrm{s}} = \frac{\frac{2c}{\gamma H} + (\cos\alpha - \cot\beta)\ \cos\alpha\ \sin\alpha\ \tan\phi}{(\cos\alpha - \cot\beta)\sin^2\alpha}.$$

8.2 Rotura de cuña en corte de talud inclinado

La rotura por cuña es una de las más comunes en la naturaleza; por ejemplo, vea la Figura 8.3. Esto debido a que, para que aquello se produzca, solo basta tener la combinación apropiada con el corte de un talud y la orientación de dos discontinuidades. Pero al mismo tiempo, este tipo de roturas muchas veces no se desarrollan aún cuando las condiciones de las orientaciones de los planos mencionados se dan, debido a que es necesario que la línea de intersección de los dos planos de discontinuidades esté expuesto en el plano del talud. En algunos casos, esta línea puede ser visible pero no necesariamente intercepta en el plano de corte y se tiene la situación que el macizo rocoso en la pata del talud retiene el movimiento de la cuña.

Figura 8.3. Rotura en cuña por planos de estratificación en arenisca: talud en la vía del cerro San Miguel, Cochabamba (Bolivia).

En este tipo de rotura se tiene dos planos potenciales que pueden generar una cuña inestable con relación al plano que define la cara del talud. El movimiento se produce por deslizamiento a lo largo de ambos planos en la dirección de la línea que resulta en la intersección de los dos planos, que en el diagrama estereográfico se traduce en un punto; donde el acimut de este punto da aquella dirección. Para que ocurra la rotura se tienen que cumplir dos condiciones, que expresando las condiciones en las facciones que tienen en el diagrama estereográfico, estas son las siguientes.

1. El punto en la proyección estereográfica que representa la intersección de los dos planos al unirse con el centro del diagrama forma una línea de acimut, esta debe cortar la traza del plano del talud.
2. El ángulo de *inmersión* (*plunge*) de la línea de intersección tiene que exceder el valor del ángulo de fricción promedio de los dos planos.

Este análisis no toma en cuenta los posibles distintos valores de ángulos de fricción de cada plano de discontinuidad; sin embargo, para un análisis cinemático de una primera aproximación, este procedimiento que se está describiendo es suficiente información para tener alguna idea de la estabilidad de cuñas.

El procedimiento del método cinemático es el siguiente, el cual podrá hacer el seguimiento mediante la Figura 8.4. En este caso, se asume que el plano del talud está mirando hacia el Este; es decir, su dirección de buzamiento es de 090 y que tiene un buzamiento dado por la variable ζ.

1. Marque con una línea la orientación de la dirección de buzamiento del plano del talud de corte y con una flecha la dirección del mismo.
2. Ubique el polo del plano del talud mediante un punto, el punto W.
3. Calcule el ángulo de fricción promedio de ambos planos de discontinuidad, $\bar{\phi}$. Con ese valor y con centro en la la red estereográfica y radio $(90^\circ - \phi)$ ubique un arco circular que

representará el *complemento del círculo de fricción* hasta que corte ambas partes de la traza del plano del talud.

4. El anterior paso es equivalente a trazar un arco de circunferencia cuyo perímetro está a ϕ del contorno del diagrama.
5. La traza del plano del talud de corte y el arco del complemento del círculo de fricción forman un área cerrada que debe ser sombreada.

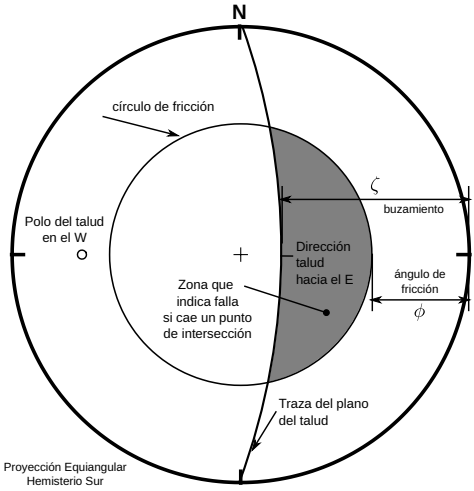


Figura 8.4. Construcción del contorno de existencia de una rotura de cuña.

Esta área cerrada define si el talud es susceptible a tener rotura de cuña. Cualquier punto de intersección en el diagrama estereográfico de un par de trazas de discontinuidades que esté dentro del aquella área es propenso a generar una rotura tipo cuña.

Factor de seguridad a rotura por cuña, caso simple.-
Como se vió inmediatamente arriba, con el método cinemático es posible determinar si dos planos de discontinuidades al interceptarse forman un cuña con otros dos planos; uno de ellos, el plano de corte de un talud. Sin embargo, con el análisis cinemático no necesariamente se tiene suficiente evidencia sobre su estabilidad.

Para tener mayor información del grado de estabilidad de un sistema de discontinuidades que forman cuñas potenciales a deslizarse en un talud, es recomendable estimar el *factor de seguridad* a la estabilidad del mismo.

Este apartado explica la forma de hallar el factor de seguridad al deslizamiento de una cuña potencial en un corte de talud, asumiendo que las discontinuidades trabajan netamente a fricción (sin cohesión) y que esta fricción es igual en los dos planos. No se toma en cuenta las aceleraciones de la posible acción sísmica por fuerzas pseudoestáticas ni tampoco se asume la presencia de presión intersticial en las dos superficies de las discontinuidades. Este es el caso más sencillo para la determinación del *factor de seguridad* de un mecanismo potencial a producir falla por cuña.

El problema que se describe en esta sección se muestra en la Figura 8.5.

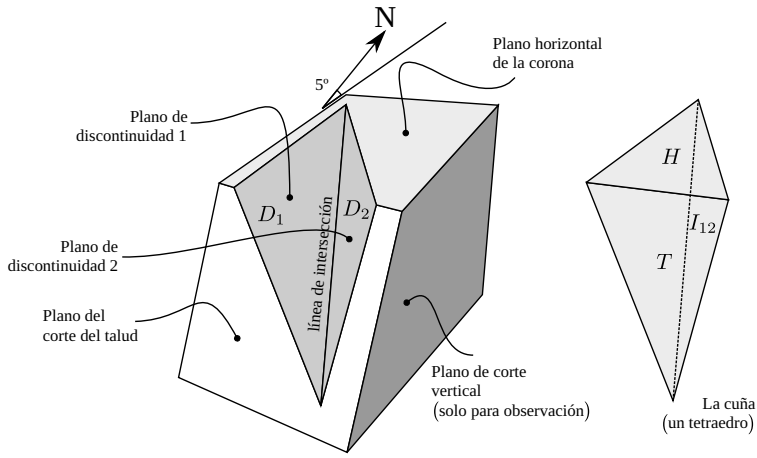


Figura 8.5. Diagrama de bloque de la cuña potencial a deslizarse en un corte de talud con terreno plano en la corona y pie.

El factor de seguridad (f_{sC}), en las condiciones descritas de la rotura por cuña, resulta siendo un proporción (K_{PC}) mayor a uno del factor de seguridad de una rotura plana (f_{sP}) de un talud con la misma inclinación pero con una discontinuidad equivalente a un plano con buzamiento igual a la inmersión de la línea, que es resultado de la intersección de los dos planos de discontinuidades.

Lo descrito arriba se traduce en encontrar el factor de seguridad en rotura plana (bajo las condiciones descritas en la §8.1) y en encontrar el factor de proporción K_{PC}, esto con el fin de encontrar el factor de seguridad en rotura de cuña; con la siguiente expresión

$$f_{sC} = K_{PC} f_{sP}.$$

El factor de seguridad de una rotura plana de un talud de inclinación β y con una discontinuidad con buzamiento ζ para condiciones secas de la discontinuidad, sin cohesión y solo fricción ϕ, se ha establecido en el análisis plano con la ecuación siguiente

$$f_{sP} = \frac{\tan\phi}{\tan\zeta}.$$

Se observa que el factor de seguridad no depende de la inclinación del corte del talud ni el peso del mismo.

El factor de seguridad que se tiene que analizar para el análisis de la rotura por cuña tiene una leve modificación en la ecuación de arriba. En vez de usar el ángulo de buzamiento de un plano horizontal de discontinuidad que no existe en el caso de la rotura por cuña, se usa el ángulo de inmersión de la línea de la intersección de los dos planos de discontinuidad que forman la cuña, que se lo denotará como δ_{I12}; así la ecuación es

$$f_{sP} = \frac{\tan \phi}{\tan \delta_{I12}}.$$

El factor de proporción K_{PC} se ha definido para las condiciones de discontinuidades sin presión intersticial y una resistencia mecánica de las mismas (sin cohesión) como una relación que depende del *ángulo de apertura entre los planos de discontinuidades* que forman la cuña (ξ) y el ángulo θ, que es aquel ángulo desde un plano horizontal hacia un plano bisector de los dos planos de discontinuidades, medido desde la línea de intersección del plano de corte del talud y un plano normal a la línea de intersección de las dos discontinuidades, este barrido desde una charnela que resulta ser la línea de intersección de esos dos planos de discontinuidades. La ecuación que la defines es

$$K_{PC} = \frac{\sin \theta}{\sin \frac{\xi}{2}}.$$

La expresión total del factor de seguridad a rotura por cuña aquí discutido es por tanto (sin variables intermediarias)

$$f_{sC} = \frac{\sin \theta \tan \phi}{\sin \frac{\xi}{2} \tan \delta_{I12}}.$$

Los ángulos θ, δ_{I12} y ξ se encuentran luego de un análisis de los planos de discontinuidades y sus relaciones con el plano de corte en un diagrama estereográfico; es decir, en una proyección esférica equiangular hemisferio sur.

8.3 Rotura por volteo de flexión

En ciertas condiciones del macizo rocoso respecto a un corte de talud, en rocas con una familia de discontinuidades totalmente persistentes, se puede presentar roturas por *volteo de flexión*, por *volteo con formación de fracciones de roca* o la combinación de ambos fenómenos (Figura 8.6). Esta figura muestra un caso de la orientación de los planos de discontinuidad respecto el corte del talud que podría formar rotura de *volteo por flexión*.

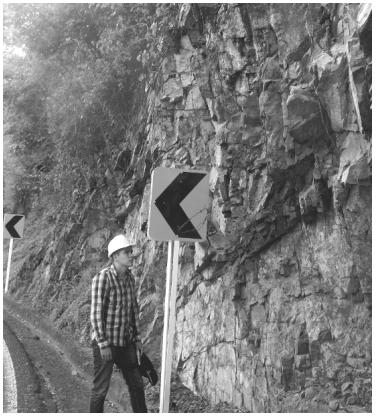


Figura 8.6. Susceptibilidad a la rotura por volteo de flexión en un macizo rocoso de un pórfido: vía estatal 6003, KM 33+300 de La Mansa a Caldas, Antioquia (Colombia).

La rotura de volteo por flexión involucra que las capas de roca se flexionen como el concepto estructural de una *viga empotrada*. Esto es común en macizos rocosos con planos paralelos, en especial con valores de espaciamientos muy bajos por el orden de los centímetros (*e.g.* lutitas, pizarras, esquistos) donde su ángulo de buzamiento es cercano a ser vertical. Cada capa tiende a flexionarse por su propio peso.

La rotura de *volteo con formación de fracciones de roca*, normalmente tiende a formar bloques de una forma cercana a un paralelepípedo, involucra la rotación de rocas formadas por una condición de flexión (como el anterior caso) que se rompen debido a la falla por tracción por un plano normal a aquel plano que forma el paralelepípedo, llamado *plano basal*.

8.3.1 Por flexión

Para el análisis de este tipo de rotura se toma en cuenta el ángulo gamma (γ), que es el ángulo entre el esfuerzo normal activo en la cara del talud y la línea normal a las discontinuidades que son potenciales a tener esta rotura; resulta ser:

$$\gamma = \theta - (90^\circ - \beta)\,;$$

donde $(90^\circ - \beta)$ es la inmersión de la línea del polo del plano de discontinuidad, *i.e.* la línea normal al plano de la discontinuidad.

La condición límite ocurre cuando $(90^\circ - \beta) \leq (\theta - \phi)$. La rotura por volteo puede darse cuando el ángulo de la dirección de buzamiento de las discontinuidades analizadas está hasta 30 ° más alejado de aquel mismo valor del plano del talud y además que la diferencia entre los ángulos de buzamiento de ambos planos sea menor a 15 °.

El procedimiento para construir el contorno de análisis en la proyección estereográfica es el siguiente, el cual puede ayudarse con el esquema de la (Figura 8.7).

1. Marque con una línea la orientación de la normal del plano del talud, y con una flecha la orientación del mismo.
2. Dibuje la traza del plano del talud.
3. Estime el ángulo de fricción de la discontinuidad y ubique la distancia igual a ϕ entre el punto medio de la traza del plano del talud y el extremo de la red estereográfica.
4. Dibuje la traza de aquel plano que pasa por ese nuevo punto definido, que define un limite de los polos que tienen una inclinación de $\theta - \phi$.
5. Con el diagrama estereográfico, trace dos círculos menores arriba y abajo de la línea que define la dirección del plano del talud para valores de ángulos de 30 °, este se puede simplificar sin mucha pérdida de precisión si los círculos menores se substituyen por radios ubicados a $\pm 30^\circ$ de la dirección de la cara del talud. Esto da lugar a obtener la construcción simplificada que se muestra en la Figura 8.7.

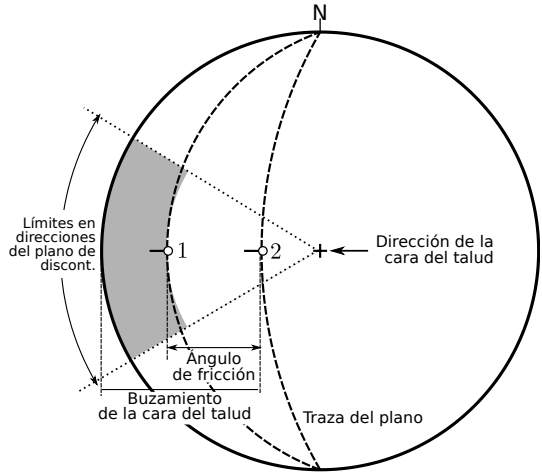


Figura 8.7. Construcción simplificada del contorno de existencia de una rotura por volteo de flexión.

Con los trazos y arcos así definidos, se tendrá un área cerrada que delimita si el talud es susceptible a tener rotura por volteo y por flexión. Cualquier polo de discontinuidad que caiga dentro de esa área es susceptible a generar este tipo de rotura.

8.3.2 Por formación de rocas paralelepípedas

Los criterios que dictan este tipo de rotura por volteo son los siguientes.

1. El ángulo de la dirección de buzamiento del *plano basal* tiene que estar alrededor de aproximadamente en 20 ° el ángulo de la dirección de buzamiento la cara del talud.
2. El ángulo de buzamiento del *plano basal* tiene que ser menor que el ángulo de fricción total de ese plano.
3. El ángulo de la dirección de buzamiento de las líneas de intersección entre las discontinuidades tienen que estar en también alrededor de los 20 ° del ángulo de la dirección de buzamiento de la cara de plano del talud, que para taludes empinados esto puede exceder los 90 °.
4. El ángulo de buzamiento de las líneas de intersección tienen que exceder el valor de $(90^\circ - \phi)$.

De este modo, el procedimiento de construcción de la región de análisis en la proyección estereográfica es el siguiente (Figura 8.8).

1. Marque con una línea la orientación de la normal del plano del talud y con una flecha la orientación del mismo.
2. Dibuje la traza del plano del talud.
3. Del centro del diagrama y tomando como eje de simetría la línea que define la dirección de la cara del talud, trace dos líneas que se abren en 20 ° arriba y abajo de ésta (estas líneas representan los límites de la dirección de buzamiento de los planos basales).
4. Estime el ángulo de fricción de la discontinuidad y trace un arco de semicircunferencia simétrico con la línea que define la dirección del talud.

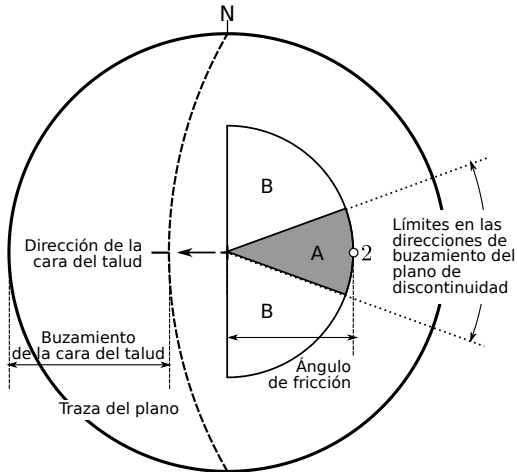


Figura 8.8. Construcción del contorno de existencia de una rotura con formación de rocas paralelepípedas. Las intersecciones que caigan en las zonas A y B representan bloques potencialmente inestables cuando se combina con los polos de los planos basales en la zona A.

Con esta construcción, se define tres sectores circulares: uno central que es un sector del círculo de radio igual a ϕ (llamada zona A) y dos sectores simétricos y adyacentes a cada lado de éste (llamadas zonas B). Todo polo que esté dentro de la zona A es más susceptible a sufrir de rotura por volteo que aquellos polos localizados en las zonas B. En cualquiera de los dos casos, el hecho que los polos estén en estas zonas, sólo indica un potencial, una susceptibilidad.

En adición a este análisis, se debería validar tal situación analizando el espaciamiento promedio de la familia de discontinuidades y usar algún método que de una idea del *factor de seguridad* de estabilidad del talud.

Método de las vigas empotradas.-
Un método que ayuda a estimar el *factor de seguridad* al modo de rotura de volteo es de las *vigas empotradas superpuestas*, expuesto por Amini et al., (2009) y Majdi & Amini (2011).

En este método se tiene que encontrar el *ángulo crítico del plano de deslizamiento basal* (rotura plana global); también se tiene que hallar el ángulo de buzamiento (ζ) de las discontinuidades totalmente persistentes que buzan en contra del talud con un ángulo casi vertical (*i.e.* $80^\circ \leq \zeta \leq 90^\circ$). Asimismo, se tiene que conocer la distancia de espaciamiento constante o promedio equivalente (t) de los planos de discontinuidad (*i.e.* altura de la viga). Y finalmente, se tiene que encontrar la longitud de la viga representativa para el análisis l_{rep}. La Figura 8.9 muestra las variables que interviene en el cálculo.

Con la longitud de la viga representativa se hace un análisis de la flexión de una viga empotrada de roca; donde se compara si el esfuerzo de tracción generado en la flexión es mayor a la *resistencia a tracción* de la roca; cociente que da un similar concepto a un factor de seguridad.

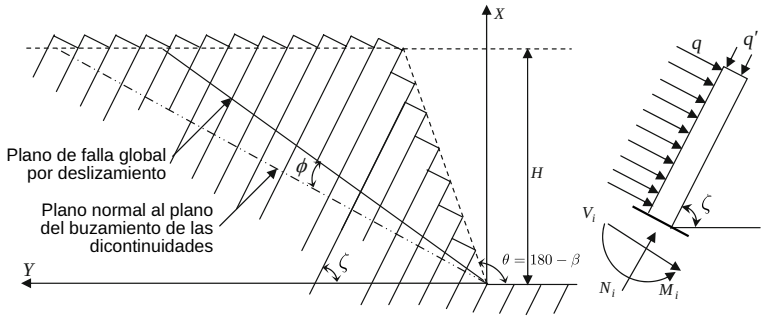


Figura 8.9. Variables que intervienen en el análisis de estabilidad por volteo Amini et al., (2009).

La parte sensible de este método es el encontrar l_{rep} que está en una relación polinómica cuadrática con: la altura global del talud H; el ángulo del talud β; el ángulo de buzamiento de las discontinuidades ζ; el ángulo denotado por φ, este que resulta ser el ángulo entre la traza del plano de rotura basal y el plano que es normal a los planos de discontinuidades.

Por esta razón la solución de l_{rep} resulta siendo una ecuación cuadrática

$$l_{\text{rep}} = \frac{a_2 - \sqrt{a_2^2 - 4a_1a_3}}{2a_1}; \tag{8.4}$$

donde los coeficientes a_1, a_2 y a_3 están dados por las siguientes expresiones:

$$a_1 = \frac{\tan(\zeta - \varphi)\cos^2\varphi}{\tan(\zeta - \varphi) + \tan(\beta - \zeta + \varphi)}, \tag{8.5}$$

$$a_2 = \frac{2\cos(\beta - \zeta + \varphi)\cos\varphi}{\sin\beta} H, \tag{8.6}$$

$$a_3 = \left(\frac{\cos(\beta - \zeta + \varphi)}{\sin\beta} H\right)^2. \tag{8.7}$$

Una vez que se encuentra l_{rep}, se calcula el factor de seguridad con base a la resistencia a tracción uniaxial del material rocoso (σ_{ti}), el peso unitario del material rocoso (γ) y las otras variables ya definidas: t y ζ:

$$f_{\text{s}} = \frac{t|\sigma_{\text{ti}}|}{3l_{\text{rep}}^2\gamma\cos\zeta} \tag{8.8}$$

El ángulo φ es igual a

$$\varphi = |(90^\circ - \zeta) - \alpha_{\mathrm{cr},base}|,$$

siendo $\alpha_{\mathrm{cr},base}$ la inclinación del plano de rotura global (Suarez–Burgoa, 2016). Este ángulo se encuentra analizando un sistema de rotura de talud plano, según lo visto en la § 8.1 de este texto; donde se itera para encontrar $alpha$ para un factor de seguridad unitario.

8.4 Capacidad portante última en macizos rocosos

La *capacidad portante última* (q_{u}) del macizo rocoso se tiende a expresarla como una proporción de la *resistencia a compresión uniaxial* (σ_{ci}) del material rocoso:

$$q_{\mathrm{u}} = N_\sigma \sigma_{\mathrm{ci}}; \tag{8.9}$$

donde N_σ es el *factor de capacidad portante* para un macizo rocoso con peso despreciable.

El problema por tanto radica en encontrar ese factor de proporción (N_σ) tomando en cuenta las variables más influyentes en el valor de la capacidad portante última, que son: los parámetros de resistencia última del macizo rocoso regida según un criterio de rotura, el estado de esfuerzos en el nivel de cimentación, el esfuerzo debido al peso del macizo rocoso en el nivel de cimentación (*i.e.* la profundidad a la que la cimentación se colocará), la forma de la cimentación y la forma de la superficie del terreno.

Diferentes autores encontraron expresiones analíticas para esta proporción (N_σ), dependiendo de las condiciones especiales de cada caso; por ejemplo, encontraron la expresión de la *capacidad portante última* para el caso donde el peso de la roca es despreciable respecto la magnitud de la fuerza a compresión de la cimentación o también encontraron la expresión donde no existe carga en la superficie del terreno.

Para el caso de la capacidad portante, el efecto escala del macizo rocoso gobierna la forma cómo este valor se tiene que calcular. Este se puede calcular como si fuera un material rocoso, un macizo rocoso con una familia de discontinuidades, con dos o más familias de discontinuidades, hasta el caso donde se asume nuevamente que el macizo rocoso es un material continuo donde las discontinuidades le rebajan las propiedades globales de éste. La Figura 8.10 muestra esta situación, donde se muestra que la distribución de los esfuerzos también dependería en todo caso de la anisotropía del material. Sin embargo, en esta sección y en el texto, solo se tratará de la capacidad portante en material isótropo, dejando de lado los casos más complejos para textos más especializados.

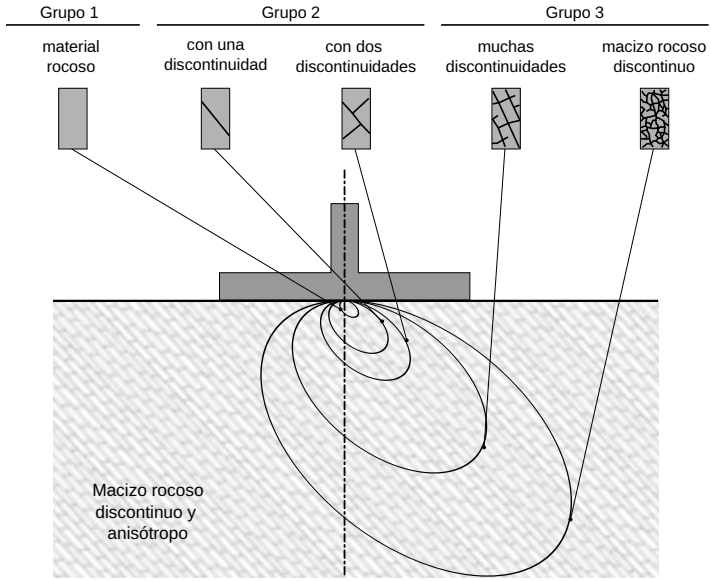


Figura 8.10. Efecto escala de una cimentación en un macizo rocoso (Modificado de Merifield et al., 2006).

8.4.1 En macizos con muchas familias de discontinuidades

Una primera forma de encontrar el valor numérico de la capacidad portante última del macizo rocoso, cuando se tiene un macizo rocoso con muchas familias de discontinuidades, es encontrando los parámetros equivalentes del modelo de rotura de Mohr–Coulomb (*i.e.* el ángulo de fricción ϕ y la cohesión c equivalentes, tal como se explicó en las Ecuaciones 6.38 de este texto) para el nivel de esfuerzos normales representado por la variable σ_{3n}. Obtenidos esos dos valores se emplea las fórmulas analíticas tradicionales de mecánica de suelos para la determinación de la capacidad portante.

Con este procedimiento se puede tomar o no en cuenta el peso de la roca en el nivel de cimentación. Sin embargo, en la literatura se ha encontrado métodos directos para encontrar el factor N_σ a partir de las variables de los parámetros del criterio de rotura de Hoek–Brown del macizo rocoso.

Aquí se distinguen dos procedimientos, uno despreciando el peso de la roca en el nivel de cimentación y el otro tomando en cuenta ese peso.

8.4.1.1 Capacidad portante con peso despreciable

Cuando se tiene un macizo rocoso con muchas familias de discontinuidades, se puede tomar como criterio de rotura el criterio de Hoek–Brown (HB) el correspondiente al macizo rocoso (como se describe en la § 6.4 de este texto). De este modo, se encuentra en lo posible expresiones analíticas de la capacidad portante última en función de todos o algunos de los parámetros del modelo HB.

La expresión de Kulhawy & Carter (1992) para N_σ según los parámetros de rotura del criterio de Hoek–Brown es

$$N_\sigma = s^a + \left(m_\mathrm{b} s^a + s\right)^a; \tag{8.10}$$

sin embargo, con esta expresión se obtiene valores altos de N_σ.

Es más, la expresión original de Kulhawy & Carter (1992) (Ecuación 12.16 de la página 238, de esta referencia) usaba el valor constante para $a = \frac{1}{2}$.

Nuevas aproximaciones sugieren que N_σ dependa de la combinación lineal de dos factores llamados *fracción al módulo de resistencia* (A_n) y la *compacidad* (ζ_n), ambos del macizo rocoso.

El *módulo de resistencia* es la multiplicación de la fracción A_n y la resistencia a compresión uniaxial del material rocoso σ_ci.

Por tanto, otra forma de escribir N_σ es

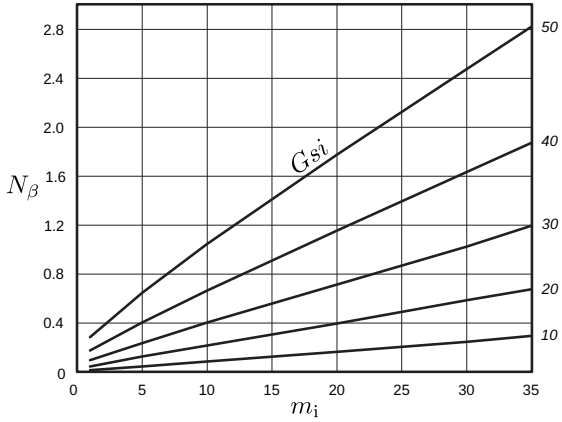
$$N_\sigma = A_\mathrm{n} \left(N_\beta - \zeta_\mathrm{n}\right). \tag{8.11}$$

Con esta expresión se tiene en consideración que A_n y ζ_n, para las variables de los parámetros del criterio HB, son

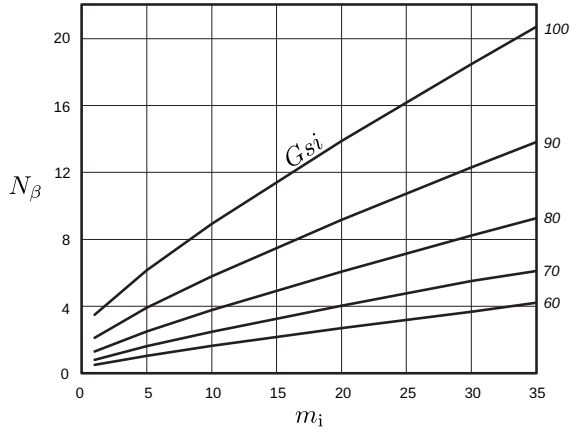
$$A_\mathrm{n} = \left(\frac{m_\mathrm{b}(1-a)}{2^{-a}}\right)^{a(1-a)^{-1}}, \tag{8.12}$$

$$\zeta_\mathrm{n} = \frac{s}{m_\mathrm{b} A_\mathrm{n}}. \tag{8.13}$$

El valor de N_β se puede obtener de los ábacos de Merifield (2006) usando la Figura 8.11.



a Para $G_\mathrm{si} = \{10, 20, 30, 40, 50\}$.



b Para $G_\mathrm{si} = \{60, 70, 80, 90, 100\}$.

Figura 8.11. Ábacos para el cálculo de N_β según Merifield (2006).

Se podría expresar todas las ecuaciones en función de G_si y m_i en vez de los parámetros a, s y m_b, debido a que estos segundos derivan de los primeros; pero resultarían expresiones muy complicadas.

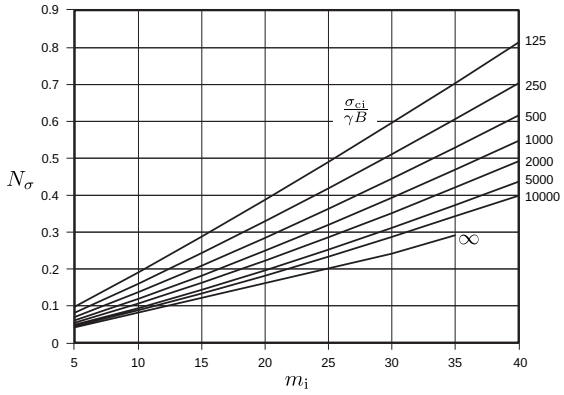
Una observación que se tiene con la ecuación Ecuación 8.9 es que se obtiene un valor de la *capacidad portante última* del macizo sin tomar en cuenta la relación de escala que podría existir entre el tamaño de la cimentación y las propiedades geométricas de las discontinuidades presentes en el macizo rocoso.

8.4.1.2 Capacidad portante tomando en cuenta el peso del macizo

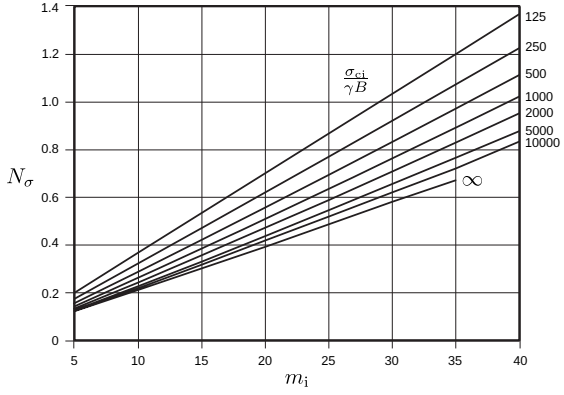
Merifield y coinvestigadores (2006) resolvieron el problema de la estimación de la capacidad portante última de zapatas aisladas corridas (*i.e.* un problema de deformaciones planas) tomando en cuenta el peso del macizo rocoso en el incremento de este valor.

La solución no es posible obtenerla mediante expresiones analíticas cerradas; de este modo, los autores la obtuvieron mediante el empleo de un análisis esfuerzo–deformación resuelto por métodos numéricos usando la envolvente de rotura de Hoek–Brown para el macizo rocoso (§ 6.4). Los resultados lo plantearon en forma de ábacos para que pueda ser empleado en la *ingeniería práctica*.

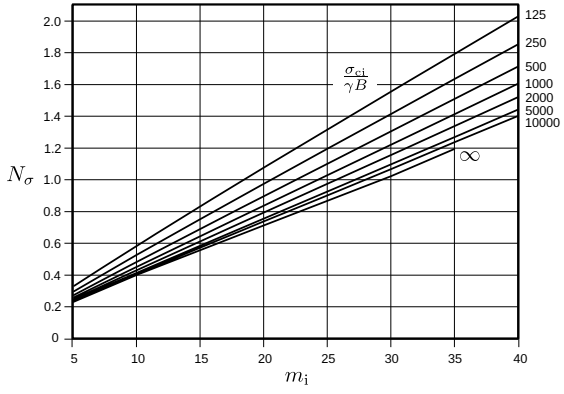
Se muestra en las Figuras 8.12 los mencionados ábacos; éstos tienen en el eje de abscisas el parámetro m_i del modelo HB del *material rocoso* (no del macizo rocoso), en el eje de ordenadas el parámetro de capacidad portante N_σ (donde se toma en cuenta el aporte del macizo rocoso y su peso) y en las isolíneas los distintos valores de *dimensión unitaria* de la relación de la resistencia a compresión uniaxial del material rocoso (σ_{ci}) con el producto del peso unitario (γ) y el ancho de la zapata (B), *i.e.* $\frac{\sigma_{ci}}{\gamma B}$; que varía entre 0.125×10^3 y 10×10^3.



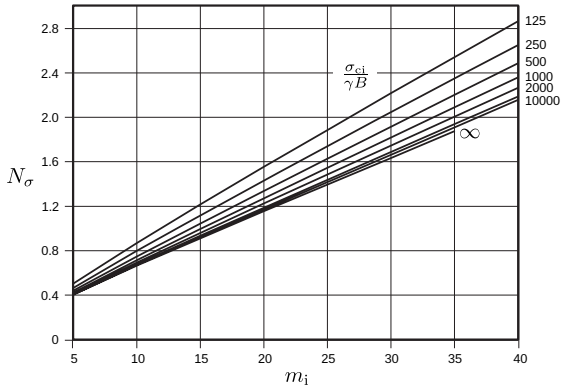
a Para $G_\mathrm{si} = 10$.



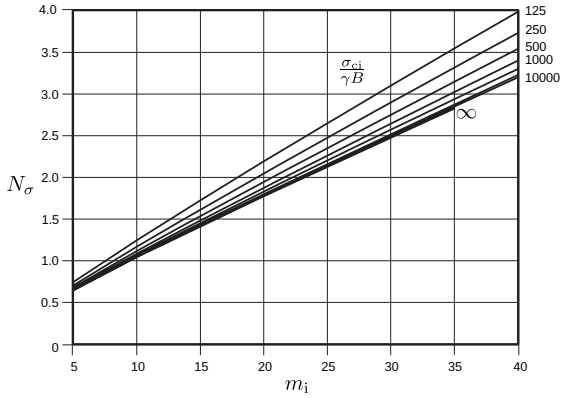
b Para $G_\mathrm{si} = 20$.



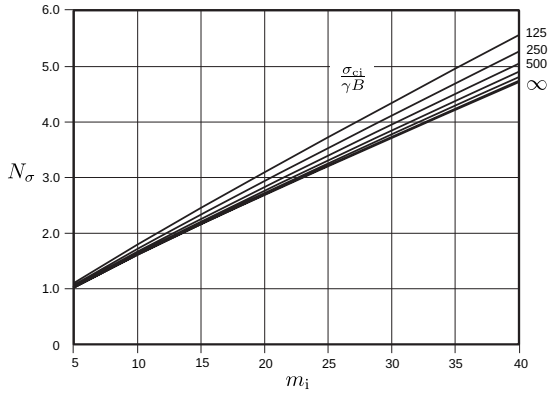
c Para $G_\mathrm{si} = 30$.



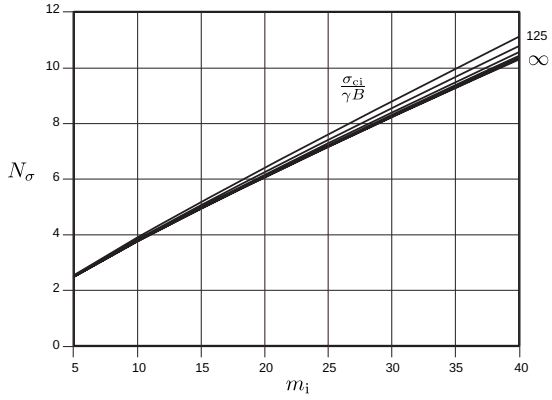
d Para $G_\mathrm{si} = 40$.



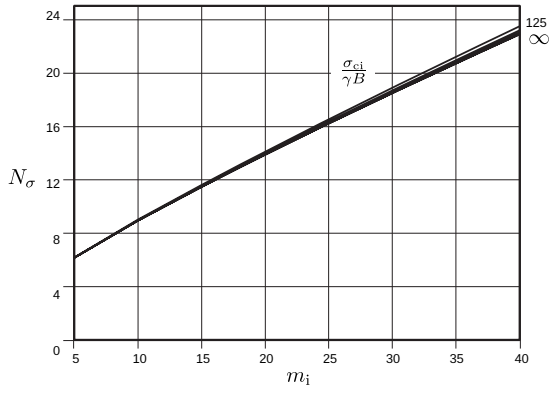
e Para $G_\mathrm{si} = 50$.



f Para $G_\mathrm{si} = 60$.



g Para $G_\mathrm{si} = 80$.



h Para $G_\mathrm{si} = 100$.

Figura 8.12. Ábacos para encontrar N_σ de un macizo rocoso HB para $0 \leq Gsi \leq 100$.

8.5 Cavidades circulares en material elástico

Se tiene una solución analítica cerrada de esfuerzo–deformación para una cavidad de sección circular de radio a, dentro de un campo de esfuerzo lejanos σ_ov y σ_oh y material elástico lineal, conocida como las *fórmulas de Kirsh*.

Esta solución fue planteada en un inicio para el análisis de placas metálicas en un estudio de aberturas circulares en buques; por tanto, se aplica solo para un *estado de esfuerzos planos*. La aplicación directa del artículo original de Kirsh (1898) no es correcta para cavidades circulares que se desarrollan en un *estado plano de deformaciones*.

Sin embargo, esta expresiones fueron corregidas para la condición de estado plano de deformaciones, donde se mantuvo el nombre del autor de la ecuación, debido a que el gran trabajo del desarrollo fue basado en el primer caso. Estas ecuaciones, por ejemplo se muestra en Suarez–Burgoa (2016) y en esta sección nuevamente de forma extendida.

8.5.1 Los esfuerzos alrededor en la cavidad

Las expresiones para el esfuerzo radial σ_{rr}, angular $\sigma_{\theta\theta}$ y tangencial $\sigma_{\mathrm{r}\theta}$, para el caso de esfuerzo en el estado plano de deformaciones son:

$$\sigma_{\mathrm{rr}} = \frac{\sigma_{0\mathrm{v}}}{2}\left[(1+K_0)\left(1-\frac{a^2}{r^2}\right) - (1-K_0)\left(1-4\frac{a^2}{r^2}+3\frac{a^4}{r^4}\right)\cos(2\theta)\right], \quad (8.14)$$

$$\sigma_{\theta\theta} = \frac{\sigma_{0\mathrm{v}}}{2}\left[(1+K_0)\left(1+\frac{a^2}{r^2}\right) + (1-K_0)\left(1+3\frac{a^4}{r^4}\right)\cos(2\theta)\right], \quad (8.15)$$

$$\sigma_{\mathrm{r}\theta} = \frac{\sigma_{0\mathrm{v}}}{2}\left[(1-K_0)\left(1+2\frac{a^2}{r^2}-3\frac{a^4}{r^4}\right)\sin(2\theta)\right]; \quad (8.16)$$

donde K_0 es el coeficiente de esfuerzos naturales igual a la relación $\sigma_{\mathrm{h}0}$ respecto $\sigma_{\mathrm{v}0}$;

$$K_0 = \frac{\sigma_{0\mathrm{H}}}{\sigma_{0\mathrm{v}}};$$

el valor r es el radio de cálculo (*i.e.* donde se desea conocer los valores de los esfuerzos) y θ es el ángulo del radio desde la horizontal en sentido antihorario, según se muestra en la Figura 8.13.

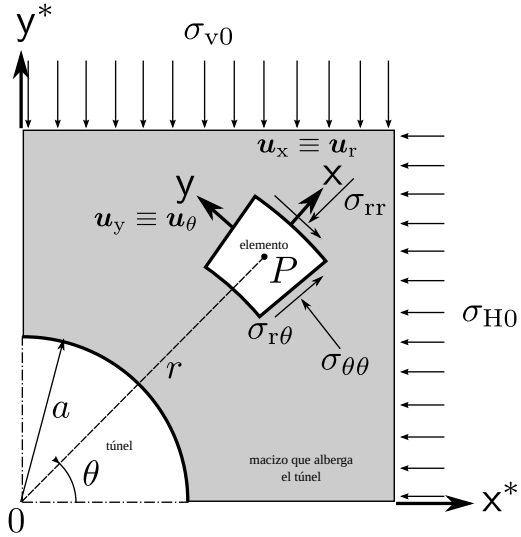


Figura 8.13. Variables que intervienen en la solución de Kirsh.

El sistema coordenado cartesiano ortogonal x y y, con vectores unitarios u_{x} y u_{y}, en el punto central del elemento de análisis (cuando el elemento es infinitesimal) coincide y es paralelo al sistema coordenado polar cuyos vectores unitarios son u_{r} y u_{θ}.

Para encontrar el tensor en la dirección del sistema coordenado cartesiano ortogonal x* y y* se emplean las siguientes ecuaciones:

$$\sigma_{\mathrm{xx}} = \sigma_{\mathrm{rr}} \cos^2\theta + 2\tau_{\mathrm{r}\theta} \sin\theta\cos\theta + \sigma_{\theta\theta} \sin^2\alpha, \tag{8.17}$$

$$\sigma_{\mathrm{yy}} = \sigma_{\mathrm{rr}} \sin^2\theta - 2\tau_{\mathrm{r}\theta} \sin\theta\cos\theta + \sigma_{\theta\theta} \cos^2\theta, \tag{8.18}$$

$$\sigma_{\mathrm{xy}} = \sigma_{\mathrm{yx}} = (\sigma_{\theta\theta} - \sigma_{\mathrm{rr}}) \sin\theta\cos\theta + \sigma_{\mathrm{r}\theta} \left(\cos^2\theta - \sin^2\theta\right). \tag{8.19}$$

Con estos tres esfuerzos se puede armar el tensor de segundo orden en $\mathbb{R}^2$ en el sistema coordenado cartesiano ortogonal x y y

$$\mathsf{S} = \begin{bmatrix} \sigma_{xx} & \sigma_{xy} \\ \sigma_{yx} & \sigma_{yy} \end{bmatrix}. \tag{8.20}$$

Ya en este sistema coordenado se puede hallar las magnitudes de los esfuerzos principales con las siguientes ecuaciones:

$$\sigma_1 = \frac{1}{2}\left(\sigma_{\mathrm{xx}} + \sigma_{\mathrm{yy}}\right) + \sqrt{\frac{1}{4}\left(\sigma_{\mathrm{xx}} - \sigma_{\mathrm{yy}}\right)^2 + \sigma_{\mathrm{xy}}^2}, \tag{8.21}$$

$$\sigma_3 = \frac{1}{2}\left(\sigma_{\mathrm{xx}} + \sigma_{\mathrm{yy}}\right) - \sqrt{\frac{1}{4}\left(\sigma_{\mathrm{xx}} - \sigma_{\mathrm{yy}}\right)^2 + \sigma_{\mathrm{xy}}^2}. \tag{8.22}$$

Sus respectivas orientaciones en el plano, θ_1 y θ_3 serían las siguientes.

$$\tan\theta_1 = -\frac{2\sigma_{\mathrm{xy}}}{\left(\sigma_{\mathrm{xx}} - \sigma_{\mathrm{yy}}\right) + \sqrt{4\sigma_{\mathrm{xy}}^2 + \left(\sigma_{\mathrm{xx}} - \sigma_{\mathrm{yy}}\right)^2}}, \text{ para } g \neq 0, \tag{8.23}$$

$$\tan\theta_3 = -\frac{2\sigma_{\mathrm{xy}}}{\left(\sigma_{\mathrm{xx}} - \sigma_{\mathrm{yy}}\right) - \sqrt{4\sigma_{\mathrm{xy}}^2 + \left(\sigma_{\mathrm{xx}} - \sigma_{\mathrm{yy}}\right)^2}}, \text{ para } g \neq 0; \tag{8.24}$$

tomando en cuenta que si θ_1 y θ_2 son iguales a 90 °, entonces se cumple que g tiende a ser cero; siendo

$$g = \left(\sigma_{\mathrm{xx}} - \sigma_{\mathrm{yy}}\right) - \sqrt{4\sigma_{\mathrm{xy}}^2 + \left(\sigma_{\mathrm{xx}} - \sigma_{\mathrm{yy}}\right)^2} \to 0. \tag{8.25}$$

El *esfuerzo principal intermedio* (σ_2) no es igual ni a σ_1 ni a σ_3, el está en función de estos dos esfuerzos y de la *relación de Poisson* (ν) si se asume un material lineal elástico, tal como sigue:

$$\sigma_2 = \nu\left(\sigma_1 + \sigma_3\right). \tag{8.26}$$

La orientación de σ_2 es paralelo a la línea de intersección donde actúan los planos σ_1 y σ_3.

El esfuerzo cortante máximo es

$$\tau_{\max} = \frac{1}{2}(\sigma_1 - \sigma_3). \tag{8.27}$$

El esfuerzo medio en dos dimensiones es

$$\sigma_{\mathrm{m},2} = \frac{1}{2}(\sigma_1 + \sigma_3). \tag{8.28}$$

La primera invariante del tensor es

$$I_1 = \frac{1}{3}(\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3). \tag{8.29}$$

La segunda invariante del tensor desviador es

$$J_2 = \frac{1}{6}\left[\left(\sigma_1 - \sigma_2\right)^2 + \left(\sigma_2 - \sigma_3\right)^2 + \left(\sigma_1 - \sigma_3\right)^2\right]. \tag{8.30}$$

El esfuerzo octaédrico es

$$\tau_{\mathrm{oct}} = \frac{1}{3}\sqrt{\left(\sigma_1 - \sigma_2\right)^2 + \left(\sigma_2 - \sigma_3\right)^2 + \left(\sigma_1 - \sigma_3\right)^2}. \tag{8.31}$$

Si el eje de referencia y el sentido de la medida del ángulo θ cambian: al eje vertical y sentido horario, entonces los signos de los sumandos (que no están entre paréntesis en las dos primeras expresiones, Ecuaciones 8.14 y 8.15) también cambian; así como también en toda la expresión de la tercera ecuación (Ecuación 8.16). Por ejemplo, para el caso de la Ecuación 8.14 la expresión modificada sería del siguiente modo:

$$\sigma_{\mathrm{rr}} = \frac{\sigma_{0\mathrm{v}}}{2}\left[\left(1 + K_0\right)\left(1 - \frac{a^2}{r^2}\right) + \left(1 - K_0\right)\left(1 - 4\frac{a^2}{r^2} + 3\frac{a^4}{r^4}\right)\cos\left(2\theta\right)\right] \tag{8.32}$$

Casos particulares de estas expresiones se dan en los siguientes casos.

1. Cuando la relación $\frac{a}{r}$ es igual a uno, se tienen los esfuerzos en el contorno de la excavación. Para este caso se observa en la Ecuación 8.14 que los dos términos se anulan; por lo tanto, el esfuerzo radial en el contorno de la excavación es siempre nulo. Esta situación se da cuando el contorno de la cavidad está en

contacto con la presión del túnel igual a la atmosférica (que es despreciable para este caso); así, el contorno de la excavación circular está sometida a un estado uniaxial cuyas magnitudes son iguales a los esfuerzos angulares $\sigma_{\theta\theta}$ dadas por la Ecuación 8.15, debido a que los esfuerzos cortantes también se desvanecen (Ecuación 8.16).
2. Cuando $K_0 = 1$, se observa también que los esfuerzos cortantes (Ecuación 8.16) son nulos y los esfuerzos radiales y angulares son esfuerzos principales en todo el macizo. Esto se puede apreciar también debido a que las Ecuaciones 8.14 y 8.15 se reducen a expresiones que no dependen del ángulo θ.
3. Cuando θ es igual a 0 ° o 90 ° y $r = a$ se presenta una condición donde los esfuerzos radiales y angulares son los esfuerzos principales.

8.5.2 Los desplazamientos alrededor de la cavidad

Para encontrar los desplazamientos radiales u_{r} y tangenciales u_θ, las expresiones cerradas están dadas por las Ecuaciones 8.33 y 8.34:

$$u_{\mathrm{r}} = -\frac{\sigma_{\mathrm{ov}} a^2}{4rG}\left[(1+K_0) - (1-K_0)\left\{4\,(1-\nu) - \frac{a^2}{r^2}\right\}\cos 2\theta\right], \quad (8.33)$$

$$u_\theta = -\frac{\sigma_{\mathrm{ov}} a^2}{4rG}\left[(1-K_0)\left\{2\,(1-2\nu) + \frac{a^2}{r^2}\right\}\sin 2\theta\right]; \quad (8.34)$$

donde G es llamado *módulo de corte elástico*, dado por

$$G = \frac{E}{2\,(1+\nu)}. \quad (8.35)$$

La variable E es el módulo de deformación elástica y ν la relación de Poisson.

Para encontrar los desplazamientos en el sistema coordenado cartesiano ortogonal x* y y*, definidos en la Figura 8.13, se aplica las siguientes ecuaciones :

$$u_{\mathrm{x}} = \Delta x = u_{\mathrm{r}}\cos\theta + u_\theta \sin\theta, \quad (8.36)$$

$$u_{\mathrm{y}} = \Delta y = u_{\mathrm{r}}\sin\theta + u_\theta \cos\theta. \quad (8.37)$$

8.5.3 Comentarios finales

La solución analítica en el estado plano de deformaciones para una cavidad circular es útil para hacer un diseño inicial. Se aconseja usar esta solución para el dimensionamiento del tamaño de la cavidad, por ejemplo. Para definir la forma (*i.e.* el tipo de sección) de la cavidad, se

tiene que definir los sectores circulares que tienen altos valores de tracción y compresión dentro de la cavidad. Luego se modifica esta sección, de modo de reducir el radio de curvatura en los sectores donde se tenga altas tracciones y así poder aumentar el radio de curvatura en los sectores donde se tiene alta compresión.

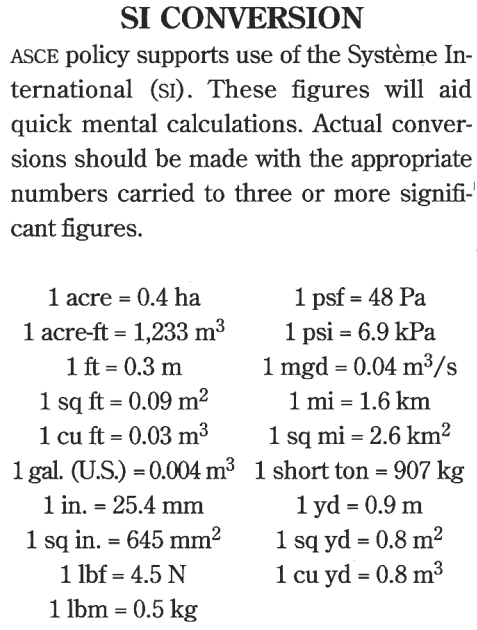
Soluciones analíticas en dos dimensiones en cavidades en estado plano de deformaciones se han encontrado también para el caso de un estado plástico, pero solo para el caso sonde el tensor de esfuerzos natural (lejano) es isótropo. También se ha expuesto en la literatura soluciones cerradas bajo estas mismas condiciones para un estado elástico pero para secciones elípticas.

Finalmente se comenta que una técnica analítica útil para encontrar los esfuerzos y desplazamientos alrededor de cavidades bidimensionales es el *mapeo conforme*, donde la región hacia afuera en el plano z, que representa el plano físico, se transforma en una región afuera (o dentro) de un círculo unitario en el plano ξ a través de un mapeo $z = w(h)$. El problema se resuelve en el plano ξ, donde las condiciones de contorno resultan ser más complicadas.

Apéndices

Apéndice A: *Sistema de unidades habituales de EE.UU (UCS) y Système Internationale (SI)*

Este resumen sobre la conversión del *Sistema de Unidades Habituales de EE.UU* (UCS: *U.S. Customary Unit System*) al Sistema Internacional (SI) se basó en un *texto de cuadro* publicado en los años 80 (siglo pasado) en la *Revista de Ingeniería Civil* (ISSN 0360-0556) por la Sociedad Estadounidense de Ingenieros Civiles (ASCE), como se muestra en la Figura A.1.



SI CONVERSION

ASCE policy supports use of the Système International (SI). These figures will aid quick mental calculations. Actual conversions should be made with the appropriate numbers carried to three or more significant figures.

1 acre = 0.4 ha	1 psf = 48 Pa
1 acre-ft = 1,233 m^3	1 psi = 6.9 kPa
1 ft = 0.3 m	1 mgd = 0.04 m^3/s
1 sq ft = 0.09 m^2	1 mi = 1.6 km
1 cu ft = 0.03 m^3	1 sq mi = 2.6 km^2
1 gal. (U.S.) = 0.004 m^3	1 short ton = 907 kg
1 in. = 25.4 mm	1 yd = 0.9 m
1 sq in. = 645 mm^2	1 sq yd = 0.8 m^2
1 lbf = 4.5 N	1 cu yd = 0.8 m^3
1 lbm = 0.5 kg	

Figura A.1. CONVERSIÓN SI: La política de la ASCE apoya el uso del *Systéme International* (SI). Estas cifras ayudarán a los cálculos mentales rápidos. Las conversiones reales deben hacerse con los números apropiados llevados a tres o más cifras significativas.

El sistema de unidades habituales de EE.UU (UCS) es parte del sistema *pie-libra-segundo* y las abreviaturas comunes se utilizan como nombres de unidad.

- pound mass (lbm);
- pound force mass (lbf), llamado *pound*;
- kilo pound, que es mil pounds, (kips);
- pound square feet, (psf);
- kilo pound square feet, (ksf);
- pound cubic feet, (pcf);
- million gallons per day, (mgd).

A.1 En ingeniería civil

Las siguientes constantes y conversiones son de común uso en la ingeniería civil.

A.1.1 Constantes (estándar)

$g_{earth,sd}$ = 32.17449 ft s^{-2}

$g_{earth,sd}$ = 9.80665 kN s^{-2}

A.1.2 Longitud

1 ft = 0.3 m
1 in. = 25.4 mm
1 sq in. = 645 mm^2
1 mi = 1.6 km
1 yd = 0.9 m

A.1.3 Área

1 acre = 0.4 ha
1 sq ft = 0.09 m^2
1 sq mi = 2.6 km^2
1 sq yd = 0.8 m^2

A.1.4 Volumen

1 acre-ft = 1,233 m^3
1 cu ft = 0.03 m^3
1 gal. (U.S.) = 0.004 m^3
1 cu yd = 0.8 m^3

A.1.5 Fuerza y masa

1 lbf = 4.5 N
1 lbm = 0.5 kg
1 short ton = 907 kg

A.1.6 Esfuerzo y presión

1 psf = 48 Pa
1 psi = 6.9 kPa
1 kbar = 100 MPa

A.1.7 Caudal

1 mgd = 0.04 m^3 s^{-1}

Acerca de la libra

La *libra–fuerza* (libra) es igual a la fuerza gravitatoria ejercida sobre una masa de una libra *avoir du pois* sobre la superficie de la Tierra.

El *avoir du pois ounce* es una libra de masa (lbm) que equivale exactamente a 16 onzas:

1 *avoir du pois ounce* = 28.349 523 125 gramos.

Sobre la relación entre lbm y lbf

Las unidades de libra-masa (lbm) y libra-fuerza (lbf) son tan diferentes como las unidades de galones y pies y éstas no se pueden cancelar.

Se necesita un factor de conversión de masa, llamado g_c, para que las ecuaciones que contienen lbf y lbm sean dimensionalmente consistentes. Este factor es casi equivalente (pero no igual, al menos conceptualmente) a la *aceleración gravitatoria estándar de la Tierra* igual a

$$g_c = 32.170 \text{ lbm feet lbf}^{-1}\text{s}^{-2}.$$

Aunque el valor numérico de g_c está cerca de $g_{earth,sd}$, el concepto es diferente, porque la primera es una constante de conversión.

Por lo tanto, la densidad y la fuerza están relacionadas con la siguiente ecuación

$$\gamma_i = \frac{g_{\mathrm{scb}}}{g_{\mathrm{c}}}\rho_i;$$

donde g_{scb} es la constante de aceleración gravitatoria estándar del *cuerpo celeste sólido*.

A.2 En geotecnia

Las siguientes conversiones no son exactas, pero para geotecnia son lo suficientemente precisas y tienen el objetivo de ser una ayuda para cálculos mentales rápidos. Las conversiones reales deben hacerse con los números apropiados llevados a tres o más cifras significativas.

A.2.1 Constantes

g_{earth} = 32.2 ft s^{-2}
g_{earth} = 9.8 kN s^{-2}
γ_w = 62.4 lb ft^{-3} = 62.4 pcf
γ_w = 9.8 kN m^{-3}

A.2.2 Dimensiones

1 ft = 0.3 m
1 ft = 12 in
1 sq ft = 0.09 m^2
1 sq ft = 144 sq in.
1 cu ft = 0.03 m^3

A.2.3 Fuerza

1 kips = 4.5 kN

A.2.4 Peso unitario

1 pcf = $\frac{157}{1000}$ kN m^3

A.2.5 Esfuerzos

Mecánica de suelos

1 psi = $\frac{39}{10}$ kPa
1 psf = $\frac{48}{1000}$ kPa
1 t_f m^{-2} = $\frac{1}{10}$ kgf cm^{-2} = $\frac{98}{10}$ kPa
1 kg_f cm^{-2} = 98 kPa

Mecánica de rocas

1 MPa = 21 ksf
1 GPa = 21000 ksf
1 ksf = $\frac{48}{1000}$ MPa
1 kbar = 100 MPa
1000 kg_f cm^{-2} = 98 MPa
1 kp cm^{-2} = $\frac{98}{1000}$ MPa

Orden de magnitud de las variables geotécnicas en cada sistema de unidades

Es útil crear un sentido del *orden de magnitud* de ciertas variables en un determinado sistema de unidades. Para el caso de la geotecnia, en los siguientes dos cuadros (Cuadro A.1 y Cuadro A.2) se listan algunas variables de referencia en ambos sistemas.

Cuadro A.1. Suelos

Variable física	Sistema USC	Sistema SI
Esfuerzo (inconfinado)	[10, 200] psi [100, 2000] psf	[100, 1000] kPa
Peso unitario	[100, 130] pcf	[14, 21] kN m^{-3}

Cuadro A.2. Rocas

Variable física	Sistema USC	Sistema SI
Esfuerzo (uniaxial)	[10, 200] psi [100, 2000] psf	[10, 100] MPa
Peso unitario	[130, 160] pcf	[20, 25] kN m^{-3}

Apéndice B: *Sistema coordenado NED*

Se define un sistema de coordenadas cartesiano ortogonal y dextrógiro, llamado NED del acrónimo de Norte–Este–naDir (en Inglés es también NED de las siglas de *North, East and Depth*). Aquí, el eje-x positivo es horizontal y apunta al rumbo geográfico Norte de la Tierra; el eje-y positivo (también horizontal) apunta al rumbo geográfico Este de la Tierra; y el eje-z vertical que apunta hacia abajo, en profundidad hacia el naDir. La Figura B.1 muestra la representación de este sistema coordenado que se usa en geología, geología estructural y geotecnia.

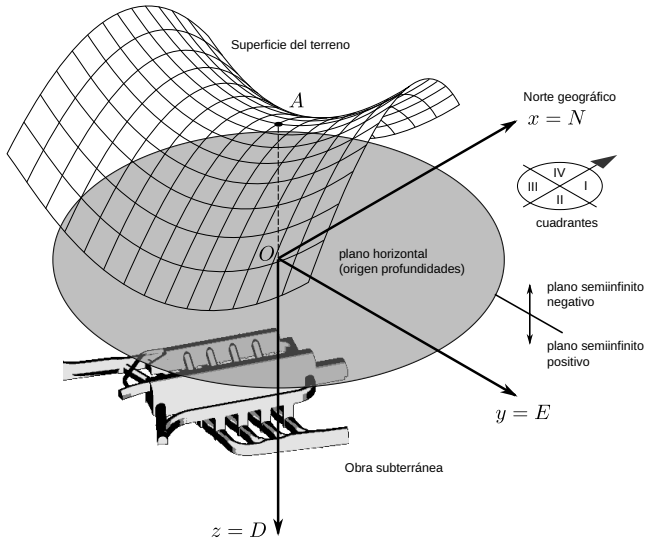


Figura B.1. Representación gráfica del sistema coordenado NED.

El *origen del sistema* (O) puede estar verticalmente debajo del *punto más bajo de la superficie del terreno* (A) que delimita en un mapa el *área plana de interés*. De esa forma, la superficie del terreno puede tener todas cotas negativas y se puede adoptar un sistema coordenado geográfico secundario para las cotas de elevación del terreno. El área plana de interés sería la poligonal en la superficie del terreno que por catastro abarca el proyecto, por ejemplo.

Las obras (*e.g* una central hidroeléctrica) y el macizo rocoso de interés están por debajo del plano horizontal de referencia que marca el origen de las profundidades, en el *semiespacio positivo*; la superficie del terreno y parte del macizo rocoso cercano a ella, puede estar en el *semiespacio negativo*, si no es de interés.

Las ventajas de este sistema son: que es dextrógiro, el avance del ángulo de acimut (del Norte hacia el Este) es también positivo y los valores de las profundidades son positivas.

Con este sistema, uno no debe hacer ninguna transformación de la dirección de avance del ángulo horizontal (el acimut). Sin embargo, debido a la falta de costumbre hay que recordar que los cuadrantes de los ángulos en el plano horizontal cambian: al noreste es el primer cuadrante, al sudeste el segundo cuadrante, al sudoeste el tercero y el cuarto al noroeste.

Apéndice C: *Medida de la orientación de elementos geológicos*

En geología estructural la medida espacial de *objetos geométricos geológicos*, llamadas *estructuras geológicas*: planos de estratigrafía, discontinuidades, líneas de estrías, etc., se reduce a medir la orientación espacial de planos o líneas en el espacio (en 3D o en $\mathbb{R}^3$, como se quiera llamar). Esto se reduce a encontrar algún método para que de forma rápida y eficaz se conozca cuál es la orientación espacial de estas estructuras.

Los geólogos se han ingeniado de medir estas facciones de una forma muy sencilla, con poca tecnología, hace más de 150 años. Esto implica que tanto la orientación del plano como la orientación de la línea se represente por una dupla (par ordenado) de dos ángulos espaciales contenidos en planos horizontales y planos verticales; vea la § 7.1 referente a *el plano como par de ángulos esféricos*.

La medida de la orientación espacial de los planos y líneas es una de las más importantes y frecuentemente empleada tarea del geólogo estructural o ingeniero civil geotecnista dedicado a la mecánica de rocas.

La orientación de un plano de discontinuidad en el espacio queda definida por su ángulo de *dirección de buzamiento* (*i.e.* el ángulo de la dirección de la línea de máxima pendiente del plano de discontinuidad respecto al norte, denotada por ζ_{dir}) y por su ángulo de *buzamiento* (*i.e.* ángulo de inclinación hacia abajo de dicha línea, respecto al plano horizontal, denotado por ζ). El ángulo de la dirección de buzamiento se mide en el plano horizontal siguiendo la dirección de las agujas del reloj desde el Norte; su valor numérico se representa en grados sexagesimales de 0° a 360°. El ángulo de buzamiento se mide también en grados sexagesimales con valores 0° (correspondiente a un plano horizontal) a 90° (correspondiente a un plano vertical).

Cuando se tiene un plano de discontinuidad horizontal, éste no tiene un valor específico del ángulo de dirección de buzamiento; por tanto, se asume por convención en ingeniería que este sea el mismo valor de la dirección del eje de la obra (*e.g.* dirección del eje de un túnel, dirección del eje de una presa, dirección del eje de una vía al que el plano medido pertenezca). Si no hay ninguna obra involucrada, se asume igual al valor del norte magnético.

Por otro lado, un plano de discontinuidad con ángulo de buzamiento vertical puede tener dos valores de ángulos de dirección de buzamiento, que son entre sí complementarios (*i.e.* $\zeta_{\text{dir1}} = 180^\circ \pm \zeta_{\text{dir2}}$). La Figura C.1 muestra el proceso de medida de la orientación de la orientación de un plano de discontinuidades.

Figura C.1. Medida de la orientación de un plano de discontinuidad en una galería de la Central Hidroeléctrica Porce 3 en Antioquia (Colombia).

Medida alternativa de la orientación del plano por medio del rumbo y buzamiento

La orientación de un plano también puede definirse por el ángulo de *rumbo* (*i.e.* ángulo que forma una línea horizontal trazada sobre el plano de la discontinuidad con el norte magnético, medido hacia el Este), su ángulo de buzamiento y el sentido del buzamiento que es una dato alfabético que inidica uno de los siguientes cuatro posibles sentidos: norte (N), sur (S), este (E), oeste (W).

Entre estas dos formas de definir la orientación del plano (ángulos: dirección de buzamiento y buzamiento ó ángulos de rumbo y buzamiento), la mejor es la primera porque no es ambigua y puede anotarse sólo por números y no por cadenas alfa numéricas. La *dirección de buzamiento* y la *dirección del rumbo* forman entre ellos una diferencia de un ángulo de 90°, donde el primer ángulo siempre es mayor al segundo, si se asume la regla de la mano derecha y el sentido de medida dextrógiro.

C.3 El instrumento de medida

El instrumento que se emplea para la media directa del ángulo de la dirección de buzamiento y el ángulo de buzamiento es la *brújula Clar*, cuyas características generales son las siguientes.

1. Diámetro del círculo horizontal 50 mm.
2. Graduación de 360 ° con un intervalo de 1 °, con numeración continua cada 10 ° y con ajuste de declinación magnética de ±30 °.
3. Diámetro del círculo vertical (clinómetro lateral) igual a 25 mm, con graduaciones cada 5 ° y en un intervalo de 235 ° en sistema de cuadrantes con numeración cada 20 °.
4. Las dimensiones del equipo cuando está cerrado son de 73 mm × 95 mm × 95 mm.

La graduación vertical posibilita la medida simultánea de los ángulos de la dirección y el buzamiento del plano. Además, esta es una brújula cuyo cuerpo es común a cualquiera, pero incorpora un nivel de burbuja esférico en posición horizontal y una cubierta que está conectada al cuerpo a través de una bisagra graduada en ángulos, que sirve para registrar la inclinación del plano que se desea medir. El primer valor (ángulo horizontal de dirección de buzamiento) se mide con la escala circunferencial de la brújula y el ángulo de buzamiento se mide con el clinómetro lateral del eje de abatimiento de la tapa de la misma. La Figura C.2 muestra las partes de la brújula.

C.4 Sobre las lecturas

Se recomienda tener, por cada familia de discontinuidad, de 20 a 40 datos como mínimo para poder tener los suficientes datos para hacer un análisis estadístico. También se aconseja que en total, para todas las familias de discontinuidad presentes, se tenga de 80 a 300 medidas, siendo un valor medio razonable de 150 medidas.

La exactitud de las medidas de la orientación con brújula dependerá de varios factores, de los cuales los siguientes son los más importantes: accesibilidad al plano de interés, ondulación del plano que se mide, anomalías magnéticas ocasionales y errores humanos. Es suficiente para los propósitos del trabajo de investigación de ingeniería que se lea las lecturas angulares de dirección de buzamiento con una precisión de 5 ° y las de buzamiento con una de 2 °.

Las lecturas de orientación hechas con brújulas magnéticas, para cada fecha de lectura, se corrigen por *declinación magnética* del sitio. Cuando el macizo rocoso está albergado por un campo magnético de magnitud considerable; por ejemplo, macizos con metales diseminados o macizos estabilizados con una gran cantidad de pernos de anclaje y mallas, se recomienda usar la clinoregla (*clinorule*) o la brújula giróscopa (también llamada *brújula giroscópica* o *girobrújula* (*gyro-compass*), Pfleider & Rellensmann (1959).

Si bien los valores medidos por estos instrumentos no son influenciados por campos magnéticos, es necesario informar cuál fue el norte tomado como referencia para las medidas; *e.g.* norte real para el caso de la brújula giróscopa; norte real, norte geográfico, norte magnético corregido por declinación magnética o algún *norte de referencia* para el caso de la clinoregla.

Instrumentos alternativos a la brújula Clar.-

La clinoregla.-

La clinoregla consiste de dos brazos conectados por una bisagra que puede girar de 0° a 180° la cual tiene incorporada una escala. En el extremo de uno de los brazos se tiene un nivel de burbuja unidimensional (*i.e.* uniaxial) que permitirá medir la inclinación.

El ángulo de buzamiento se mide manteniendo el brazo que tiene el nivel en posición horizontal, de tal modo que el otro brazo rote alrededor del pivote, dentro del plano vertical, hasta estar paralelo a la línea de máxima pendiente del plano.

El ángulo de rumbo del plano (*strike*) es mejor medir en vez del ángulo de dirección de buzamiento. Este ángulo de rumbo se mide

relativo a la dirección de alguna línea horizontal conocida, que por lo normal es el eje de la galería donde se hacen las medidas, sin embargo puede ser cualquier línea en el plano horizontal que sea conocida; por ejemplo, el mismo norte magnético o geográfico.

La brújula giróscopa.-

Para entender y poder describir el funcionamiento de la brújula giróscopa mecánica se necesita dedicar al menos un libro entero sobre el tema (Turner, 2007), que entra más dentro del campo de la *dinámica de sistemas mecánicos*.

Esta brújula es en realidad un giróscopo convencional dotado de un mecanismo, logrado tras sumergir el mismo dentro de un líquido de alta viscosidad (*e.g.* fluorolube), que ejerza una resistencia al libre movimiento del mismo. Esto posibilita que el giróscopo, que en principio tendería a rotar en forma sincrónica con la rotación de la tierra, se oriente en forma constante hacia el sentido de menor trabajo, que llega a ser el norte real de la Tierra. La brújula giróscopa mecánica era un instrumento mucho más costoso que la clinoregla y cualquiera de las brújulas convencionales, pero es un instrumento maravilloso.

Hoy en día se tienen giróscopos poco convencionales de Laser, de masa vibrante y de placa piezoeléctrica. Estos son en realidad transductores, que a hoy posibilitan diseñar girobrújulas de mano; por ejemplo, un celular tiene dentro de sus coponentes electrónicos una “brújula giróscopa de transductores” que se llama *sensor giróscopo*.

El *giróscopo* es en forma simplificada un disco en constante y de alta rotación que puede pivotar en los tres ejes ortogonales del espacio (*i.e.* ejes x, y y z).

C.5 Partes de la brújula

La Figura C.2 muestra las partes principales de toda brújula tipo Clar.

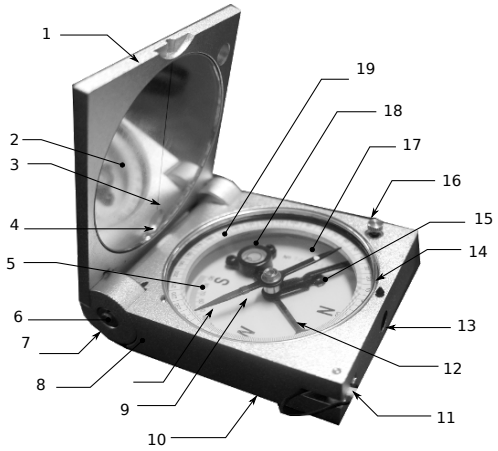


Figura C.2. Partes de la brújula Clar: **1** tapa; **2** espejo, **3** línea central para la mira, **4** orificio para la mira, **5** escala del clinómetro, **6** tornillo de ajuste de la tapa, **7** limbo de medida de buzamiento, **8** muesca de lectura, **9** punta de la aguja magnética que tiene una bobina de cobre como sobrepeso, **10** cuerpo, **11** ranura para la cinta, **12** barra del clinómetro, **13** tornillo de ajuste de la declinación magnética, **14** mira, **15** palanca de sujeción, **16** botón de sujeción, **17** punta de la aguja magnética tiene un punto, **18** nivel esférico, **19** limbo de medida de la dirección de buzamiento.

C.6 Procedimiento para medir orientaciones con la brújula Clar

En esta sección se describe los procedimientos más comunes practicados durante la media de planos de discontinuidades en el macizo rocoso y algunas otras estructuras geológicas lineales; como parte de esta actividad.

C.6.1 Procedimiento para medir el acimut de una línea

Una línea orientada en el espacio se mide con la brújula Clar del siguiente modo (Figura C.3).

1. Oriente su cuerpo y cabeza, ambos paralelos a la visión hacia a dirección de la línea a medir.
2. Ponga la brújula de tal modo que la tapa esté apoyada a su pecho.
3. Observe la línea que desea medir a través del espejo, donde coincida la línea de observación con la línea del espejo y el tornillo de mira.
4. Rote el cuerpo de la brújula hasta que el nivel esférico esté alineado.
5. Deje que la aguja se balancee hasta que encuentre el norte magnético.
6. Ajuste la aguja con el botón de sujeción.
7. Levante la brújula para hacer la lectura con la aguja: roja si es la brújula Clar Austriaca o con punto si es la brújula Clar China.

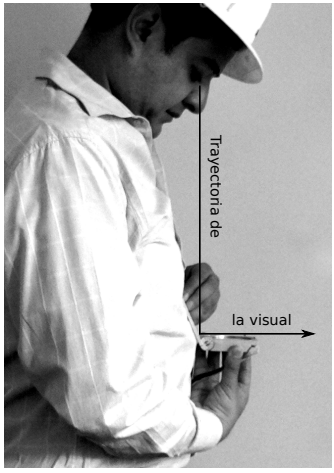


Figura C.3. Forma de posicionar la brújula para la medida del acimut de una línea.

C.6.2 Procedimiento para medir la orientación de un plano

La siguiente secuencia de fotografías ayuda a entender los pasos que se tiene que seguir para la medida de la orientación de un plano con la brújula Clar. Se hará para dos tipos de brújulas Clar comerciales: la Freiberg Austriaca y la China (sin marca). En ambos casos se tiene siempre dos posibles casos generales.

1. Que el plano a medir esté libre para la medida con su vector normal apuntando hacia el cenit (posición obtusa con el plano horizontal),

plano positivo en este procedimiento.
2. Que el plano a medir esté libre para la medida pero con su vector normal apuntando hacia en nadir (posición aguda con el plano horizontal, plano negativo en este procedimiento.

Para el caso de la brújula austriaca

El grupo de fotografías de las Figura C.4 y Figura C.5 corresponde (de forma respectiva) al caso de la brújula Clar Austriaca para dos tipos de orientación de planos: el positivo y el negativo.

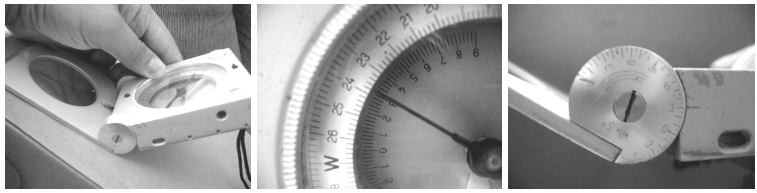


Figura C.4. Medida de un plano con vector normal hacia el cenit (*i.e.* plano positivo), valor $238/30$.

a) posicionamiento de la brújula sobre el plano; b) medida del tambor horizontal para medir el ángulo de dirección de buzamiento; c) medida del tambor vertical para medir el ángulo de buzamiento.

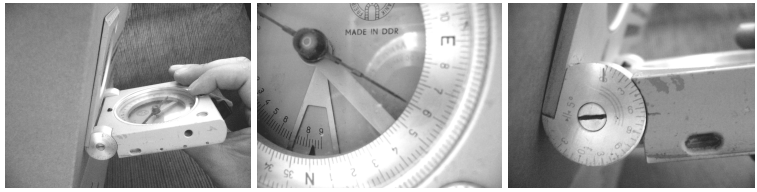


Figura C.5. Medida de un plano con vector normal hacia el nadir (*i.e.* plano negativo), valor $060/70$.

a) posicionamiento de la brújula sobre el plano; b) medida del tambor horizontal del ángulo de dirección de buzamiento; c) medida del tambor vertical del ángulo de buzamiento.

El procedimiento es que en toda medida con esta brújula es necesario que el operador considere lo siguiente.

1. Alinee el nivel de burbuja esférico (también llamado *ojo de pez* u *ojo de pollo*) (Figura C.6a).
2. Luego de que esté alineado, apriete el botón para liberar el seguro y para hacer girar la aguja magnética (Figura C.6b) hasta que se estabilice al norte.
3. Estabilizada la aguja, suelte el botón para asegurar la orientación de esta medida en el plano anterior (Figura C.6c).
4. Levante la brújula y vea el color del arco de circunferencia del tambor vertical de ángulo de buzamientos respecto a la marca central; luego, memorice si este arco es de color rojo o negro (Figura C.4a o Figura C.5b).
5. Gire la brújula para nuevamente ver el tambor horizontal y haga primero la lectura de la dirección de buzamiento a tres dígitos; además, lea con la aguja negra si el color que memorizó en el paso

anterior fue negro ó lea con la aguja roja si el color que memorizó en el anterior paso fue rojo (Figura B.4a o Figura C.5b).

6. Finalmente, pase nuevamente al tambor vertical de ángulos de buzamientos y lea el valor que coincide con la marca (Figura C.4a o Figura C.5b).

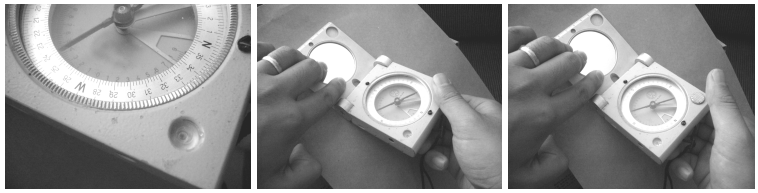


Figura C.6. Pasos generales para la medida de la dirección de buzamiento y buzamiento de un plano.

a) alinee el nivel de burbujas esférico; b) libere la aguja apretando el botón; c) asegure la aguja soltando el botón.

Para el caso de la brújula China

El grupo de fotografías de las Figura C.4 y Figura C.5 corresponde (de forma respectiva) al caso de la brújula Clar China modelo DQL-2A para dos tipos de orientación de planos: el positivo y el negativo.

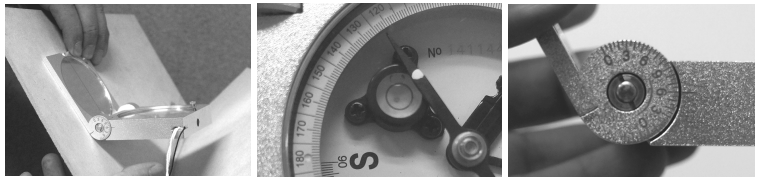


Figura C.7. Medida con la brújula Clar China para un plano con vector normal hacia el cenit (*i.e.* plano positivo), valor $122/60$.

a) posicionamiento de la brújula sobre el plano; b) medida del tambor horizontal de ángulos de dirección de buzamiento; c) medida del tambor vertical de ángulos de buzamiento.

Figura C.8. Medida con la brújula Clar China para un plano con vector normal hacia el nadir (*i.e.* plano negativo), valor $300/60$.

a) posicionamiento de la brújula sobre el plano; b) medida del tambor horizontal de ángulos de dirección de buzamiento; c) medida del tambor vertical de ángulos de buzamiento.

En toda media con esta brújula es necesario que el operador haga lo siguiente.

1. Alineé el nivel de burbuja esférico.
2. Luego de que esté alineado, la aguja estará siempre girando con el botón sin apretar.

3. Estabilizada la aguja, apriete el botón para asegurar la orientación de ésta.
4. Levante la brújula y vea si coinciden la marca del arco de circunferencia del tambor vertical de medida de ángulos de buzamiento respecto a la marca central, si existe tal coincidencia memorice como “existente” de lao contrario memorice como “inexistente” (Figura C.7a o Figura C.8b).
5. Gire la brújula para nuevamente ver el tambor horizontal de ángulos de dirección de buzamiento. Haga primero la lectura de éste; además, lea con la *aguja que tiene punto blanco* si la marca que memorizó en el paso anterior fue de “existente”. En caso contrario, lea con la *aguja que tiene la bobina de cobre* si la marca que memorizó en el anterior paso fue de “inexistente” (Figura C.7a o Figura C.8b).
6. Finalmente, pase nuevamente al tambor de ángulos de buzamiento y lea el valor que coincide con la marca (Figura C.7a o Figura C.8b).

Se podría decir que lo que representa la aguja roca en la brújula Clar Austriaca es la aguja con punto blanco en la China; lo que indica los dos *arcos rojos* en el tambor de ángulos de buzamiento en la brújula Clar Austriaca es equivalente a la *ausencia de arco* (“inexistente”) en la brújula China. El Cuadro C.1 muestra una relación entre ambos tipos de brújulas Clar para hacer las lecturas.

Cuadro C.1. Relación entre ambos tipos de brújulas Clar para hacer las lecturas.

Posición de la tapa	Tipo de plano	Lectura en …	Clar Austriaca	Clar China
Aguda	Positivo	aguja del tambor horz. de dir. de buz.	punta roja	con la bobina de cobre
		tambor de buzamiento	doble arco rojo	sin arco
Obtusa	Negativo	aguja del tambor horz. de dir. de buz.	punta negra	con punto blanco
		tambor de buzamiento	sin arcos	con arco

C.6.3 Brújula Clar como clinómetro

La brújula Clar tiene el diseño para también realizar medidas del ángulo de inclinación respecto un plano horizontal, como si fuera un clinómetro. La Figura C.9 muestra cómo ella es empleada para este fin.

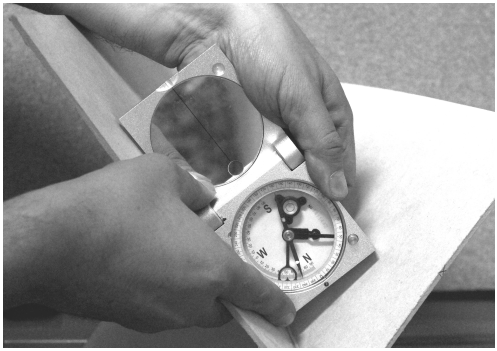


Figura C.9. Modo de uso de la brújula Clar como clinómetro.

C.7 Métodos para escoger los planos a medir

El método tradicional de medir las orientaciones de los planos de discontinuidad en el macizo rocoso es a través del uso de una *línea de rastreo*. Por tanto, además de la brújula se necesita un cinta métrica de mínimo de tres metros de longitud, con divisiones en milímetros. El procedimiento a seguir es el siguiente.

1. Elija una superficie de afloramiento o una pared excavada y mida la orientación espacial de la misma, asumiendo que la superficie forma un plano.
2. Defina una *línea de rastreo* en ese plano, que representa la superficie.
3. La línea de rastreo tiene que cortar planos de discontinuidades suficientes como para luego hacer un análisis estadístico (*e.g.* $\approx > 150$ medidas).
4. Mida con la brújula Clar la orientación de la línea de rastreo $\overrightarrow{n_s}$.
5. Con una apreciación de mínima de 5 ° y con la brújula Clar, mida la orientación de cada plano de discontinuidad j, expresarla según la notación $000/00$, que sea cortada por la línea de rastreo.

Notación de las medidas.-
La notación que se usa para especificar el par de ángulos medidos con la brújula Clar, $000/00$, es de escribir primero el ángulo de la dirección de buzamiento, representado por un entero de tres dígitos seguido de un quebrado tendido hacia adelante (*i.e.* el *slash* en Inglés $/$), para luego especificar el ángulo de buzamiento del plano, representado por dos dígitos enteros; por ejemplo, las lecturas se puende escrbir del siguiente modo: $275/05$ y $010/60$. Esta notación se denomina notación *dirección de buzamiento y buzamiento* o simplemente notación $000/00$.

La Sociedad Internacional de Mecánica de Rocas (ISRM, 1978) recomienda que un plano de discontinuidad deba presentarse en dicha notación y no en otra, por lo que cualquier notación de geología que especifique la orientación del plano con su rumbo y buzamiento tiene que ser transformada a la notación $000/00$, sea cual fuera el tipo de informe. También se observa (en muchos libros y programas computacionales) una notación de la forma $00/000$ lo cual también debería evitarse, para ser estrictos con la recomendación.

Si se emplea una brújula Brunton, estas dos medidas de la orientación del plano no son directas, por lo que es necesario medir el rumbo del plano seguido de su dirección en dos pasos y luego transformar por operaciones alfanuméricas estos dos valores a la notación de $000/00$. Los errores de medida (*i.e.* errores aleatorios y sistemáticos) a los que uno incurre con la brújula Clar son menores a los que uno comete con la brújula Brunton, sólo por el hecho de posar el instrumento de medida una sola vez sobre el plano.

C.8 Corrección de las medidas

El norte magnético varía con el tiempo, la posición geográfica y elevación de donde se toma la medida; por tanto, las medidas angulares acimutales tienen que ser corregidas por el ángulo de declinación magnética (ς_{m}).

Luego, las medidas angulares tienen que ser corregidas de valores angulares de acimut tomados desde el Norte magnético de la Tierra hacia el Norte geográfico (ς_{g}). La expresión general que se puede tomar de estas correcciones es

$$\delta_{\mathrm{dir}} = (\delta^{*}_{\mathrm{dir}} + \varsigma_{\mathrm{m}} + \varsigma_{\mathrm{g}}) \bmod 360;$$

donde δ_{dir} es el valor del acimut corregido y δ es la medida (no corregida).

Las medidas del ángulo de buzamiento (en caso de planos en el espacio) o del ángulo de inmersión (en caso de líneas en el espacio) estarían afectadas por la variación del campo geomagnético dependiente de la posición geográfica; también el campo gravitacional puede afectar la medida, porque la vertical puede estar “rotada”. El campo gravitacional depende de la elevación de donde se toma la medida y a veces de la presencia de algún cuerpo geológico (como un batolito, por ejemplo) que varíe ese campo localmente. Solo la primera corrección, la del campo geomagnético, es la que se realiza.

C.9 Uso del celular como brújula

Los teléfonos celulares actuales tienen incorporados una serie de transductores, entre ellos se tiene tres acelerógrafos orientados en tres direcciones perpendiculares entre sí los cuales en conjunto logran determinar la posición espacial el plano del equipo. Prácticamente una “brújula en un celular” es un giróscopo electrónico. Además tiene otros sensores que miden el vector del campo magnético de la Tierra, lo cual posibilita ubicar el norte magnético. Finalmente

Aprovechando esto, se ha desarrollado un Programa de Aplicación (*APP*: *Application Program*) llamado FieldMove Clino, que se puede descargar de la tienda electrónica Play Store que posibilita el uso del celular como brújula para medir orientaciones de los planos geológicos.

Referencias

Abou-Sayed, A. S., & Brechtel, C. E.. (1976). Experimental investigation of the effects of size on the UCS of Cedar City quartz diorite. In W. S. Brown, S. J. Green, & W. A. Hustrulid (Eds.), *Proceedings of the 17th U.S. Symposium on rock mechanics, site characterization* (pp. 1–6). Snowbirds, Utah.

Al-Ajmi, A. M., & Zimmerman, R. W.. (2005). Relation between the Mogi and the Coulomb failure criteria. *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences*, *42*, 431–439.

Allison, I.. (1984). The pole of the Mohr diagram. *Journal of Structural Geology*, *6*(3), 331–333.

Amini, M., Majdi, A., & Aydan, Ö.. (2009). Stability analysis and the stabilization of flexural toppling failure. *Rock Mechanics and Rock Engineering*, *42*, 751–782.

Angelier, J.. (1984). Tectonic analysis of fault slip data sets. *Journal of Geophysical Research*, *89*(B7), 5835–5848.

ASTM D2936-95. (2006). *Direct tensile strength of intact rock core specimens*. Philadelphia.

ASTM D2938-95. (2006). *Standard Test Method for Unconfined Compressive Strength of Intact Rock Core Specimens*. Philadelphia.

ASTM D4644-04. (2006). *Test Method for Slake Durability of Shales and Similar Weak Rocks*. Philadelphia.

ASTM D5731-08. (2008). *Standard Test Method for Determination of the Point Load Strength Index of Rock and Application to Rock Strength Classifications*. Philadelphia.

Atkinson, J. H., & Bransby, P. L.. (1978). *The mechanics of soil: An introduction to critical state soil mechanics* (1st ed.). London: McGraw-Hill.

Baecher, G. B., & Lanney, N. A.. (1978). Trace length biases in joint surveys. In *Proceedings of the 19th U.S. Symposium on Rock Mechanics (USRMS)*. Reno, Nevada.

Barton, C. M.. (1977). *Geotechnical analysis of rock structures and fabric in CSA Mine NSW*. Australia.

Bearman, R. A.. (1999). The use of the point load test for the rapid estimation of Mode I fracture toughness. *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences*, *36*(2), 254–263.

Bendat, J. S., & Piersol, A. G.. (2010). *Random data: Analysis and measurement procedures*. Hoboken, New Jersey: John Wiley & Sons.

Bieniawski, Z. T.. (1968). Note on in situ testing of the strength of coal pillars. *Journal of the South African Institute of Mining and Metallurgy*, *68*(10), 455–465.

Bieniawski, Z. T.. (1968). The effect of the specimen size on compressive strength of coal. *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences & Geomechanics Abstracts*, *5*, 325–335.

Bieniawski, Z. T.. (1973). Engineering classification of jointed rock masses. *Transactions of the the Civil Engineer in South Africa*, *15*(12), 335–344.

Bieniawski, Z. T.. (1974). Estimating the strength of rock materials. *Journal of the South African Institute of Mining and Metallurgy*, *74*(8), 312–320.

Bieniawski, Z. T.. (1975). The point load test in geotechnical practice. *Engineering Geology*, *9*(1), 1–11.

Bieniaswski, Z. T.. (1989). *Engineering rock mass classification*. New York: John Wiley & Sons.

Bieniawski, Z. T., & Orr, C. M.. Rapid site appraisal for dam foundation by geomechanics classification. In *Proceedings in the 12th International Congress on Large Dams (ICOLD)* (pp. 483–501). Mexico City.

Brady, B. H. G., & Brown, E. T.. (2005). *Rock Mechanics for underground mining* (3rd ed.). Dordrecht: Kluwer Academic Publishers.

Bray, J. W.. (1967). A study of jointed and fractured rock, Part 1. *Felsmechanik und Ingenieurgeologie*, *5*(2-3), 117–136.

Bresler, B., & Pister, K. S.. (1957). Failure of plain concrete under combined stresses. *Transactions of the American Society of Civil Engineers*, *122*, 1049–1068.

Broch, E., & Franklin, J. A.. (1972). The point load strength test. *International Journal Rock Mechanics and Mining Sciences*, *9*(6), 669–697.

Brodrick, T. J., & Harrison, J. P.. (2009). Using the local degradation approach to assess and overcome errors owing to damage in multistage triaxial testing of rock. In J. A. Hudson, L. G. Tham, X.-T. Feng, & A. K. L. Kwong (Eds.), *Rock Characterization, Modelling and Engineering Design Methods, Proceedings of the ISRM Sponsored International Symposium Rock Mechanics (SINOROCK 2009)* (pp. 126–131). Hong Kong.

Brook, N.. (1985). The equivalent core diameter method of size and shape correction in point load testing. *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences & Geomechanics Abstracts*, *22*(2), 61–70.

Brown, E. T.. (2008). Estimating the mechanical properties of rock masses. In Y. Potvin, J. Carter, A. Dyskin, & R. Jeffrey (Eds.), *Proceedings of the 1st Southern Hemisphere International Rock Mechanics Symposium (SHIRMS 2008)* (pp. 3–21). Perth.

Butenuth, C., De Freitas, M. H., Al-Samahiji, D., Park, H. D., Cosgrove, J. W., & Schetelig, K.. (1993). Observations on the measurement of tensile strength using the Hoop test. *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences & Geomechanics Abstracts*, *30*(2), 157–162.

Cargill, J. S., & Shakoor, A.. (1990). Evaluation of empirical methods for measuring the uniaxial compressive strength. *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences*, *27*, 495–503.

Chau, K. T., & Wong, R. H. C.. (1996). Uniaxial compressive strength and point load strength. *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences*, *33*, 183–188.

Chigira, M.. (1992). Long-term gravitational deformation of rocks by mass rock creep. *Engineering Geology*, *32*(3), 157–184.

Coates, D. F.. (1964). Classification of rocks for rock mechanics. *Rock Mechanics and Mining Sciences*, *1*, 421–429.

Cook, N. G. W.. (1965). The failure of rock. *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences & Geomechanics Abstracts*, *2*, 389–403.

Cook, N. G. W.. (2010). La falla de la roca. *Boletín de Ciencias de La Tierra*, *26*, 87–107.

Coviello, A., Lagioia, R., & Nova, R.. (2005). On the Measurement of the Tensile Strength of Soft Rocks. *Rock Mechanics and Rock Engineering*, *38*(4), 251–273.

Czerewko, M. A., & Cripps, J. C.. (2001). Assessing the durability of mudrocks using the modified jar slake index test. *Quarterly Journal of Engineering Geology Hydrogeology*, *34*, 153–163.

D'Andrea, D. V., Fisher, R. L., & Fogelson, D. E.. (1964). Prediction of compression strength from other rock properties. *Quarterly of the Colorado School of Mines*, *59*(4B), 623–640.

Das, B. M.. (2019). *Advanced soil mechanics* (5th ed.). Boca Raton: CRCPress.

Deere, D. U., Merritt, A. H., & Coon, R. F.. (1969). *Engineering classification of in-situ rock*. New Mexico.

Deere, D. U., Peck, R. B., Monsees, J. E., & Schmidt, B.. (1969). *Design of tunnel and support systems*. Urbana, Illinois.

Deere, D. U., & Miller, R. P.. (1966). *Engineering classifications and index properties of intact rock*. New Mexico.

Dershowitz, W. S.. (1984). *Rock joint systems*. Cambridge, MA.

Dershowitz, W. S., & Einstein, H. H.. (1988). Characterizing rock joint geometry with joint system models. *Rock Mechanics and Rock Engineering*, *21*, 21–51.

Dershowitz, W. S., Lee, G., Geier, J., Hitchcock, S., & LaPointe, P.. (1993). *FracMan version 2.306: Interactive discrete feature data analysis, geometric modelling, and exploration simulation*. Seattle, Washington.

Desbarats, A. J.. (1992). Spatial averaging of hydraulic conductivity in three-dimensional hetereogeneous porous media. *Mathematical Geology*, *24*(3), 249–267.

Diederichs, M. S.. (1999). *Instability of hard rockmasses: The role of tensile damage and relaxation*. Waterloo, Canada.

Dilek, Y., Furnes, H., & Muehlenbachs, K.. (2008). *Links between geological processes, microbial activities and evolution of life: Microbes and Geology*. Heidelberg: Springer.

Drucker, D. C., & Prager, W.. (1952). Soil mechanics and plastic analysis of limit design. *Quarterly of Applied Mathematics*, *10*(2), 157–165.

Du, S., Hu, Y., & Hu, X.. (2009). Measurement of joint roughness coefficient by using profilograph and roughness ruler. *Journal of Earth Science*, *20*(5), 890–896.

Fairhurst, C.. (1961). Laboratory measurement of some physical properties of rock. In *Proceedings of the 4th Symposium on Rock Mechanics* (pp. 105–118). Pennsylvania.

Fairhurst, C. E., & Hudson, J. A.. (1999). Draft ISRM suggested method for the complete stres-strain curve for intact rock in uniaxial compression. *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences*, *36*(3).

Fasiska, E., Wagenblast, N., & Dougherty, M. T.. (1974). The oxidation mechanism of sulphide minerals. *Bulletin of the Association of Engineering Geologists*, *11*, 75–82.

Fcker, E., Reik, G., & Schneider, H.. (1988). Leopold Müller - Obituary. *Bulletin of Engineering Geology and the Environment*, *38*, 3–4.

Foster, I. R.. (1983). The influence of core sample geometry on the axial point-load test. *International Journal of Rock Mechanics and Mining*

Sciences, *20*, 291–295.

Franklin, J. A.. (1970). Observations and tests for engineering description and mapping of rocks. In *Proceedings of the 4th Congress of the ISRM*. Belgrade.

Franklin, J. A., & Chandra, R.. (1972). The slake-durability test. *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences*, *9*(3), 325–341.

Gamble, J. C.. (1971). *Durability-plasticity classification of shales and other argillaceous rocks*. phD Thesis, University of Illinois. Urbana, IL.

Ghosh, D. K., & Srivastava, M.. (1991). Point-load strength: An index for classification of rock material. *Bulletin of the International Association of Engineering Geology*, *44*, 27–33.

González de Vallejo, L. I., & Hijazo, T.. (2007). A new procedure to assess in-situ rock stress by empirical and probabilistic methodologies. In L. Ribeiro e Sousa, C. Olalla, & N. Grossmann (Eds.), *Proceedings of the 11th Congress of the International Society for Rock Mechanics* (pp. 147–150). London: Taylor & Francis Group.

Grasso, P., & Mahtab, A.. (1992). Problems and promises of index testing of rocks. In J. R. Tillerson & W. R. Wawersik (Eds.), *Proceedings of the 33 rd U.S. Symposium on Rock Mechanics* (pp. 879–888). Santa Fe, NM.

Greminger, M.. (1982). Experimental studies of the influence of rock anisotropy on size and shape effects in point-load testing. *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences & Geomechanics Abstracts*, *19*, 241–246.

Griffith, A.A.. (1921) The phenomena of rupture and flow in Solids. *Philosophical Transactions of the Royal Society of London Series A*, *221*, 163–198.

Griffith, A. A.. (1924). Theory of rupture. In *Proceedings of the 1st Congress of Applied Mechanics*. Delft.

Guidicini, G., Nieble, C. M., & de Cornides, A. T.. (1973). *Análise do metodo de compressão puntiforme en fragmentos irregulares na caracterizaçao geotecnica preliminar de rochas*. São Paulo Brasil.

Gunsallus, K. L., & Kulhawy, F. H.. (1984). A comparative evaluation of rock strength measures. *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences & Geomechanics Abstracts*, *24*(5), 233–248.

Hanssen, T. H.. (1988). *Rock Properties*. Tapir.

Hassani, F. P., Scoble, M. J., & Whittaker, B. N.. (1980). Application of point load index test to strength determination of rock and proposals for new size-correction chart. In D. A. Summers (Ed.), *Proceedings of the 21th U.S. Symposium on rock mechanics* (pp. 543–564). Rolla: University of Missouri Press.

Hawkes, I., & Mellor, M.. (1970). Uniaxial testing in rock mechanics laboratories. *Engineering Geology*, *4*, 177–285.

Hoek, E., & Bray, J. W.. (1981). *Rock slope engineering* (3rd ed.). London: The Institution of Mining and Metallurgy.

Hoek, E., & Brown, E. T.. (1980). Empirical strength criterion for rock masses. *Journal of the Geotechnical Engineering Division*, *106*(GT9), 1013–1035.

Hoek, E., Marinos, P., & Benissi, M.. (1998). Applicability of the geological strength index (GSI) classificaction for very weak and sheared

rock masses, the case of the Athens Schist formation. *Bulletin of Engineering Geology and the Environment*, *57*, 151–160.

Hoek, E., Carranza-Torres, C., & Corkun, B.. (2002). Hoek Brown failure criterion 2002 edition. In *Proceedings of the NARMS TAC Conference* (pp. 267–273). Toronto.

Hudson, J. A., & Harrison, J. P.. (1997). *Engineering rock mechanics, Part 1: An introduction to the principles* (1st ed.). Oxford: Pergamon.

Hustrulid, W.. (1976). A review of coal pillar strength formulas. *Rock Mechanics*, *8*, 115–185.

ISO14689. (1997). *Draft standard on geotechnics in civil engineering: Identification and description of rock*. Geneva, Switzerland.

ISRM. (1978). Suggested methods for the quantitative description of discontinuities in rock masses. *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences & Geomechanics Abstracts*, *15*(6), 319–368.

ISRM. (1981). *Suggested method for basic geotechnical description of rock masses*. Lisbon.

ISRM. (1985). Suggested method for determining point-load strength. *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences and Geomechanics Abstracts*, *22*, 53–60.

Jaeger, J. C., & Cook, N. G. W.. (1979). *Fundamentals of rock mechanics* (3rd ed.). London: Chaman & Hall.

John, K. W.. (1964). *Titles and abstracts 'Geologie und Bauwesen' (Geology and Civil Engineering) 1949 to 1962*. Santa Monica, CA.

John, M.. (1971). *Properties and classification of rocks with reference to tunneling*. Pretoria South Africa.

Kahraman, S.. (2001). Evaluation of simple methods for assessing the uniaxial compressive strength of rock. *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences*, *38*, 381–394.

Kahraman, S., Gunaydin, O., & Fener, M.. (2005). The effect of porosity on the relation between uniaxial compressive strength and point load index. *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences*, *42*, 584–589.

Kerisel, J.. (2005). *Of stones and man: From the Pharaohs to the present day* (1st ed.). London: Taylor & Francis.

Kirsch, G.. (1898). Die Theorie der Elastizität und die Bedurfnisse der Festigkeitslehre. *Zeitschrift des Vereines Deutscher Ingenieure*, Vol. **42**: 797–807.

Kisielev, A.. (2006). *Geometry: Book 1 planimetry* (1st ed.). Dexter: Sumizdat.

Koncagül, E. C., & Santi, P. H.. (1999). Predicting the unconfined compressive strength of the Breathitt shale using slake durability, shore hardness and rock structural properties. *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences*, *36*(2), 139–153.

Kramadibrata, S., & Jones, I. O.. (1993). Size effect on strength and deformability of brittle intact rock. In A. P. da Cunha (Ed.), *Proceedings of the Second International Workshop on Scale Effects in Rock Masses* (pp. 277–284). Balkema.

Kulhawy, F. H., & Carter, J. P.. (1992). Settlement and bearing capacity of foundations on rock masses and socketed foundations in rock masses. In F. G. Bell (Ed.) Engineering in rock masses, Advanced Series in Geotechnical Engineering, Vol.7 (Chapter 12, pp. 231–245). Oxford: Butterworth-Heinemann.

Lashkaripour, G. R.. (2002). Predicting mechanical properties of mudrock from index parameters. *Bulletin of Engineering Geology and the Environment*, *61*, 73–77.

Leal Gomes, M. J.. (1993). Rock mass sampling conditions needed to overcome the scale effect. In A. P. da Cunha (Ed.), *Proceedings of the Second International Workshop on Scale Effects in Rock Masses* (pp. 199–204). Balkema.

Lundborg, N.. (1967). The strength-size relation of granite. *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences*, *4*, 269–272.

Majdi, A., & Amini, M.. (2011). Flexural toppling failure in rock slopes: From theory to applications. *International Journal of Mining and Geo-engineering*, *45*(1), 21–32.

Mandl, G.. (2005). *Rock joints: the mechanical genesis* (1st ed.). Berlin: Springer.

Mauldon, M.. (1994). Intersection probabilities of impersistent joints. *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences & Geomechanics Abstracts*, *31*(2), 107–115.

McClintock, F. A., & Walsh, J. B.. (1962). Friction on Griffith cracks under pressure. In *Proceedings of the 4th U.S. National Congress of Applied Mechanics*. Berkeley.

Merifield, R. S., Lyamin, A. V., & Sloan, S. W.. (2006). Limit analysis solutions for the bearing capacity of rock masses using the generalized Hoek–Brown criterion. *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences*, *43*, 920–937.

Mogi, K.. (1962). The influence of the dimensions of specimen on the fracture strength of rocks. *Bulletin of the Earthquake Research Institute*, *40*, 175–185.

Moller, J., & Mokaddem, A.. (1997). A tool for teaching stress transformation by Mohr's circle. In *Proceedings of the Annual Conference of the American Society for Engineering Education*. Milwaukee, Wisconsin.

Moriwaki, Y.. (1974). *Causes of slaking in argillaceous materials*. PhD Thesis, Department of Civil Engineering, University of California at Berkeley. Berkeley, CA.

Murrell, S. A. F.. (1965). The effect of triaxial stress systems on the strength of rocks at atmospheric temperatures. *Geophysical Journal of the Royal Astronomical Society*, *10*, 231–281.

Myers, N. O.. (1962). Characterization of surface roughness. *Wear*, *5*(3), 182–189.

Neves de Sousa (Jr.), N.. (1994). O entablamento (parte 1): propriedades tecnológicas e caracterização mecánica da rocha intacta. In *Memórias do 1° Simpósio Brasileiro de Mecânica das Rochas* (pp. 73–78). Foz de Iguaçú.

Neves de Sousa (Jr.), N.. (1994). O entablamento (parte 2): modelo estrutural e comportamento geomecânico do maciço rochoso. In *Memórias do 1° Simpósio Brasileiro de Mecânica das Rochas*.

Northup, D. E., Barns, S. M., Yu, L. E., Spilde, M. N., Schelble, R. T., Dano, K. E., et al.. (2003). Diverse microbial communities inhabiting ferromanganese deposits in Lechuguilla and Spider caves. *Environmental Microbiology*, *5*(11), 1071–1086.

Obert, L., Windes, S. L., & Duvall, W. I.. (1946). *Standardized tests for determining the physical properties of mine rock*.

Obert, L.. (1962). In-situ determination of stress in rock. *Mining Engineering*, *14*, 51–58.

Palchik, V., & Hatzor, Y. H.. (2004). The influence of porosity on tensile and compressive strength of porous chalks. *Rock Mechanics and Rock Engineering*, *37*(4), 331–341.

Palmström, A.. (1995, August). *RMi- a rock mass characterization system for rock engineering purposes*. Norway.

Pariseau, W. G.. (2007). Fitting failure criteria to laboratory strength tests. *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences*, *44*, 637–646.

Park, H.-J.. (2005). A new approach for persistence in probabilistic rock slope stability analysis. *Geosciences Journal*, *9*(3), 287–293.

Parry, R. H. G.. (2004). *Mohr circles, stress paths and geotechnics* (2nd ed.). London: Spon Press.

Paul, B.. (1966). Mohr's circle as a phasor transformation. *American Institute of Aeronautics and Astronautics Journal*, *4*(12), 2253–2253.

Petit, J.-P., Massonnat, G., Pueo, F., & Rawnsley, K.. (1994). Rapport de forme des fractures de mode 1 dans les roches stratifiees: Une etude de cas dans le Bassis Permian de Lodeve (France). *Bulletin Du Centre De Recherches Elf Exploration Production*, *18*, 211–229.

Pfleider, E. P., & Rellensmann, O.. (1959). Gyro-compass surveys underground workings and boreholes. *Mining Engineering*, 521–526.

Poor, H. V.. (1994). *An introduction to signal detection and estimation* (2nd ed.). Springer Texts in Electrical Engineering. Heidelberg: Springer.

Price, R. H.. (1985). *Effects of simple size on the mechanical behaviour of Topopah Spring tuff*. Albuquerque, New-Mexico.

Quane, S. L., & Russel, J. K.. (2003). Rock strength as a metric of welding intensity in pyroclastic deposits. *European Journal of Mineralogy*, *15*, 855–864.

Rajmeny, P. K., Singh, U. K., & Rathore, S. S.. (2004). A new model to estimate rock mass strength accounting for the scale effect. *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences*, *41*(6), 1013–1021.

Read, J. R. L., Thornten, P. N., & Regan, W. M.. (1980). A rational approach to the point load test. In *Proceedings of the 3rd Australian-New Zealand Geomechanics Conference* (pp. 35–39). Wellington.

Reeves, M. J.. (1985). Rock surface roughness and frictional strength. *International Journal of Rock Mechanics Mining Sciences and Geoemchanics Abstracts*, *22*(6), 429–442.

Robertson, A.. (1970). The interpretation of geologie factors for use in slope theory. In *Proceedings of the Symposium, On the Theoretical Background to the Planning of Open Pit Mines* (pp. 55–71). Johanesburgo.

Rocha, M.. (1970). A mecânica das rochas: Rock Mechanics. *Geotecnia*, *1*(1), 7–27.

Rocha, M.. (1973). *Mecânica das rochas*. Lisboa: Laboratório Nacional de Engenharía Civil.

Rockscience. (2006). *RockLabV. 1.021*. Toronto.

Romana, M.. (1985). New adjustment ratings for applications of Bieniawski classification to slopes. In *Proceedings of the International*

Sumposium on the Role of Rock Mechanics in Excavation in Mining and Civil Works (pp. 79–53). Zacatecas.

Sánchez-Vila, X., Carrera, J., & Girardi, J. P.. (1996). Scale effects in transmissivity. *Journal of Hydrology*, *183*, 1–22.

Seshagiri-Rao, K., Venkatappa-Rao, G., & Ramamurthu, T.. (1987). Discussion of paper by K.L. Gunsallus and F.H. Kulhawy- A comparative evaluation of rock strength measures. *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences & Geomechanics Abstracts*, *24*(3), 193–196.

Sheorey, R.. (1997). A theory for in-situ stresses in isotropic and transverseley isotropic rock. *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences & Geomechanics Abstracts*, *31*(1), 23–34.

Singh, D. P.. (1981). Determination of some engineering properties of weak rocks. In K. Akai (Ed.), *Proceedings of the International Symposium on Weak Rock* (pp. 21–24). Tokio: Balkema.

Sivakugan, N., Shukla, S.K., Das, B.M.. (2004). *Rock mechanics: An introduction*. London: CRC Press.

Smith, H. J.. (1997). The point load test for weak rock in dredging applications. *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences*, *34*(3–4), 702–702.

Stimpson, B.. (1981). A suggested technique for determining the basic friction angle of rock surfaces using core. *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences & Geomechanics Abstracts*, *18*(1), 63–65.

Stini, J.. (1922). *Technische Geologie* (1st ed.). Stuttgart: Verlag von Ferdinand Enke.

Suarez-Burgoa, L. O.. (2008). *Rock mass mechanical behavior assessment at the Porce III underground hydropower central, Colombia South America*. Msc-Thesis, Universidad Nacional de Colombia. Medellín, Colombia.

Suarez-Burgoa, L. O.. (2009). Critical peak failure stress envelopes for the Porce 3 Feldespar-Quartz-Mica Gneiss. In J. A. Hudson, L. G. Tham, X.-T. Feng, & A. K. L. Kwong (Eds.), *Rock Characterization, Modelling and Engineering Design Methods, Proceedings of the ISRM Sponsored International Symposium Rock Mechanics (SINOROCK 2009)* (pp. 288–292). Hong Kong.

Suarez-Burgoa, L. O.. (2011). On the reliability of the uniaxial compressive strength obtained from the point load index. In *Proceedings of the 12th International Congress on Rock Mechanics, Harmonizing Rock Engineering and the Environment* (pp. 837–839). Beijing: CRC Press.

Suarez–Burgoa, L.O.. (2014). *Descripción del macizo rocoso* (2nd ed.). Medellín: El Autor.

Suarez–Burgoa, L. O.. (2016). *Análisis de estabilidad de taludes con aplicaciones en MATLAB*. Medellín: El Autor.

Suarez–Burgoa, L.O.. (2016, Nov.). *Diseño geotécnico de túneles viales: principios para la conceptualización con aplicaciones MATLAB*. Medellín: El Autor.

Taylor, R. K.. (1988). Coal measures mudrocks: Composition, classification and weathering processes. *Quarterly Journal of Engineering Geology*, *21*, 85–100.

Taylor, R. K., & Spears, D. A.. (1970). The breakdown of British Coal Measures rocks. *International Journal of Rock Mechanics and Mining*

Sciences, *7*, 481–501.

Tsiambaos, G., & Sabatakakis, N.. (2004). Considerations on strength of intact sedimentary rocks. *Engineering Geology*, *72*, 261–273.

Tsidzi, K. E. N.. (1991). Point load-uniaxial compressive strength correlation. In W. Wittke (Ed.), *Proceedings of the 7th ISRM Congress* (pp. 637–639). Balkema.

Turner, G. J.. (2007). *Gyroscopes: An introduction for students, engineers and pilots* (1st ed.). London: Brightfusion Ltd.

Tuttle, E. R.. (1977). Mohr's circle and the determination of moments of intertia. *American Journal of Physics*, *45*(4), 396–397.

Ulusay, R., Tureli, K., & Ider, M. H.. (1994). Prediction of engineering properties of a selected litharenite sandstone from its petrographic characteristics using correlation and multivariate statistical techniques. *Engineering Geology*, 135–157.

Veneziano, D.. (1979). *Probabilistic model of joints in rock*. Massachusetts.

Karman, T. V.. (1911). Festigkeitsversuche unter allseitigem Druck. *Zeitschrift Des Vereins Deutscher Ingenieure*, *55*(42), 1749–1757.

Vutukuri, V. S., Lama, R. D., & Saluja, S. S.. (1974). *Handbook on mechanical properties of rocks Testing techniques and results*. Clausthal: Trans Tech Publications.

Warburton, P. M.. (1980). A stereological interpretation of joint trace data. *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences*, *17*, 181–190.

Wagner, H.. (1987). Design and support of underground excavations in highly stressed rock. In G. Herget & S. Vongpaisal (Eds.), *Proceedings of the 6th International Congress on Rock Mechanics* (pp. 1443–1456). Montreal: Balkema, Rotterdam.

Wang, M., Wan, W., & Zhao, Y.. (2020). Prediction of the uniaxial compressive strength of rocks from simple index testing using a random forest predictive model. *Comptes Rendus Mecanique*, *348*(1), 3–32.

Weibull, W.. (1939). Generalstabens Litografiska Anstalts Forlag. In N. R. Handlingar (Ed.). Stockholm: Ingeniors Vetenskaps Akademiens.

Weinert, H-H.. (1974). A climate index of weathering and its application in road construction. *Géotechnique*, *24*(4), 475–488.

Wickham, G. E., Tiedemann, H. R., & Skinner, E. H.. (1972). Support determination based on geologic predictions. In *Proceedings of the Rapid Excavation and Tunneling Conference (RETC)* (pp. 43–64). New York.

Windsor, C. R.. (1985). *A study of reinforced discontinuity mechanics* (MSc. Thesis). University of London: Imperial College. London.

Winkler, E. M.. (1973). *Stone properties durability in man's environment*. New York: Springer Verlag.

Wittke, W., & Louis, C.. (1969). Quelques essais rapides pour determiner les caracteres mecaniques des materiaux rocheoux. In *Colloque de Geotecnique*. Toulouse.

Wijk, G.. (1978). Some new theoretical aspects of indirect measurements of tensile strength of rocks. *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences and Geomechanics Abstracts*, *15*, 149–160.

Wood, L.E., and P. Deo, (1975). A suggested system for classifying shale materials for embankments. *Bulletin of the Association of Engineering Geologists*, *12*(1), 39–55.

Yu, X., & Vayssade, B.. (1991). Joint profiles and their roughness parameters. *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences*, *28*(4), 333–336.

Este libro se terminó de imprimir en los talleres gráficos de *Inteligencia Creativa Impresores*, Medellín (Colombia); en el mes de septiembre de 2023.

La mecánica de rocas estudia el comportamiento mecánico del macizo rocoso. Esta joven disciplina, ha mostrado ser útil para la eficiente y segura construcción de obras civiles que son albergadas en la roca, donde pueden ser parte de un elemento estructural o el terreno portante. El presente texto de ocho capítulos, tres apéndices y con numerosas ilustraciones y ecuaciones útiles cubre aspectos importantes como el material rocoso, las discontinuidades y el macizo rocoso; estos tres dentro de un campo de esfuerzos, los cuales deben ser evaluados a partir de su resistencia mecánica. Los cálculos con la orientación espacial de las discontinuidades, que influyen también en el comportamiento mecánico del macizo rocoso, son abordados mediante las proyecciones esféricas equiangular y equiáreal. En el último capítulo se muestra algunas aplicaciones de la mecánica de rocas a la ingeniería civil; en su mayoría hacia la estabilidad de taludes y luego hacia la capacidad portante y cavidades subterráneas.

LUDGER O. SUAREZ-BURGOA, PhD, C.Eng, M.ASCE, es Profesor Asociado del Departamento de Ingeniería Civil de la Universidad Nacional de Colombia. Desarrolla actividades como consultor e investigador por más de veinte años en el campo de la geotecnia civil y minera en Sudamérica, con énfasis en la mecánica de rocas. Actualmente investiga el macizo rocoso en complejidades geológicas bajo el marco de los conocimientos de bimsoils y bimrocks. Es director del semillero de investigación en Geología Matemática y Computacional, parte del grupo de investigación de geotecnia de su universidad, donde se desarrollaron algunos programas computacionales en código abierto y libre.

EDICIÓN
DEL AUTOR

ISBN 9786280108339